



POLITÉCNICA
"Ingeniamos el futuro"

CAMPUS
DE EXCELENCIA
INTERNACIONAL

Universidad Politécnica de Madrid
E.T.S. de Ingeniería
y Diseño Industrial

escuela técnica superior de
ingeniería
y **d**iseño
industrial

Curso de cálculo de incertidumbres en ensayos: CASOS PRÁCTICOS

EILA17 Cálculo de Incertidumbres

Jesús Caja García (jesus.caja@upm.es)

Piera Maresca (piera.maresca@upm.es)

Dpto. de Ingeniería, Química y Diseño Industrial

 **CSIC**
CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS

INSTITU
TO
EDUAR
DO
TOR
ROJA

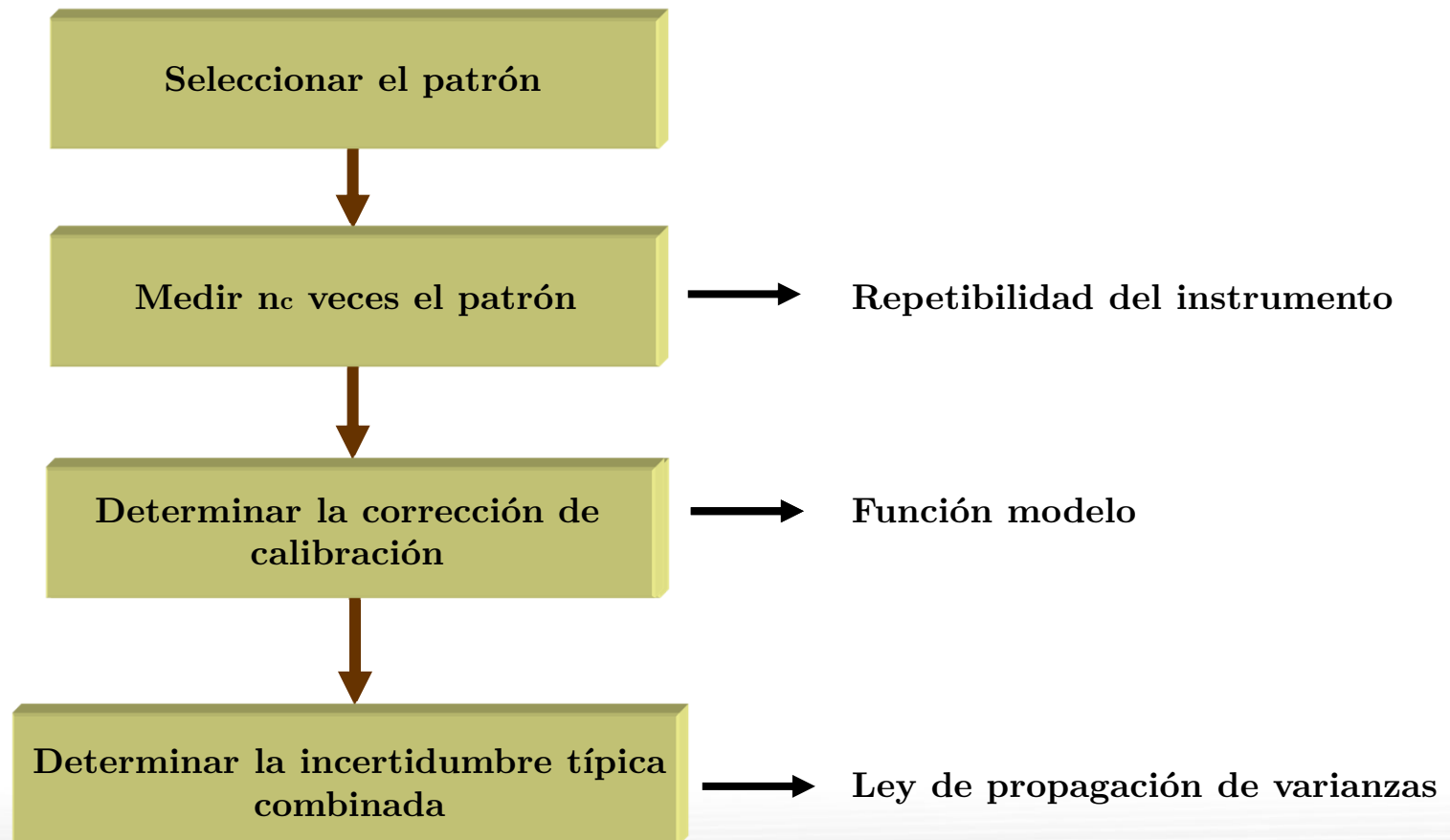


Índice

- Estimación de incertidumbres – Calibración.
- Verificación dimensional - UNE-EN 12390-1:2013.
- Resistencia a compresión de probetas de hormigón según norma UNE-EN 12390-3:2009.
- Resistencia a tracción de materiales metálicos según norma UNE EN ISO 6892 – 1: 2017.
- Límite elástico convencional de barras, alambres y alambrón para hormigón armado según norma UNE-EN 15630-1:2011.



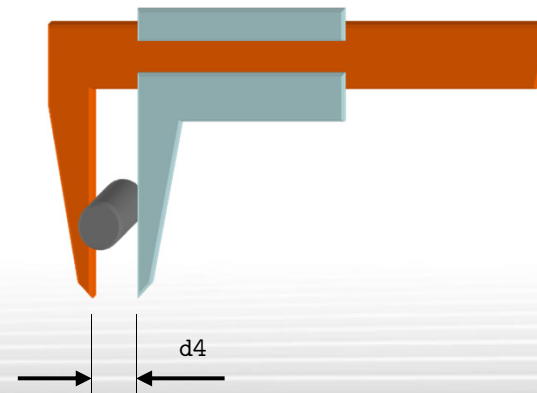
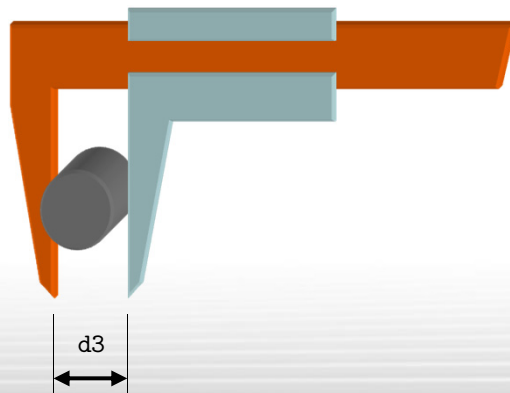
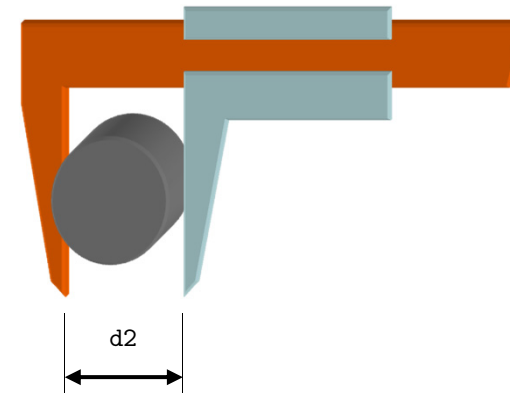
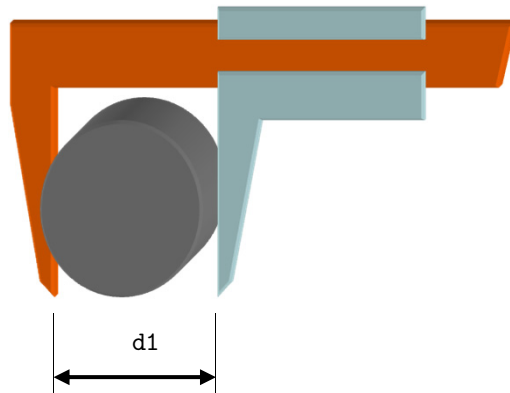
Ejemplo – Estimación de incertidumbres - Calibración





Ejemplo – Estimación de incertidumbres - Calibración

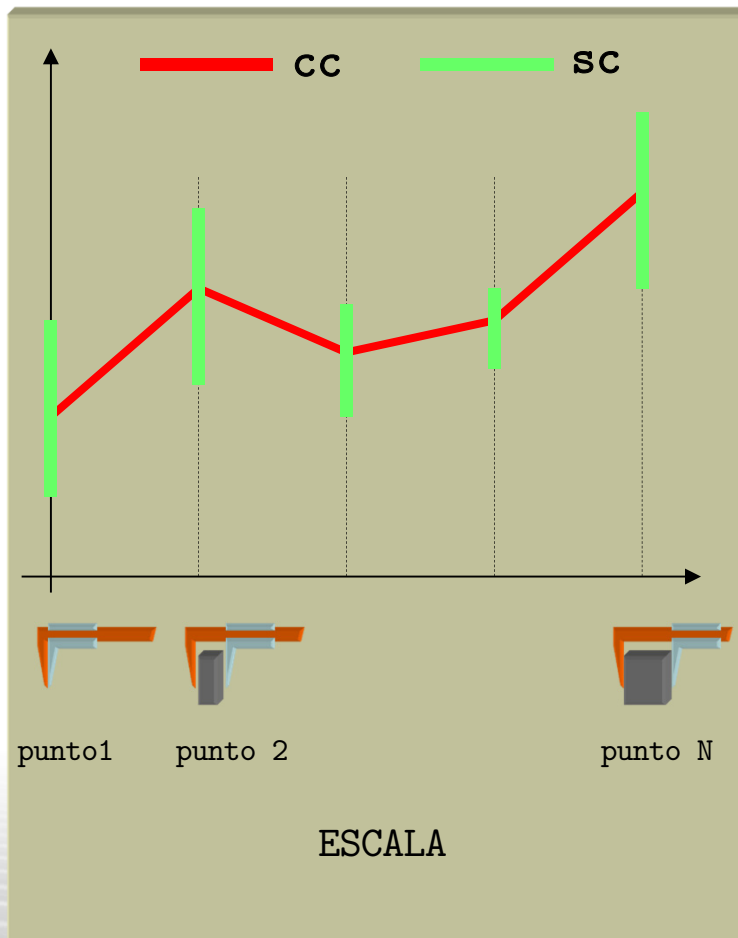
CALIBRACIÓN GLOBAL DE UN INSTRUMENTO





Ejemplo – Estimación de incertidumbres - Calibración

CALIBRACIÓN GLOBAL DE UN INSTRUMENTO



$$C_{cj} = X_{0j} - \bar{X}_{cj}$$

$$u_{cj}^2 = u_{0j}^2 + \frac{S_{cj}^2}{n_{cj}}$$

$$\bar{X}_{cj} = \frac{1}{n_{cj}} \sum_{i=1}^{n_{cj}} X_{cji}$$

$$u_{0j} = \frac{U_{0j}}{k_{0j}}$$

$$S_c = \sqrt{\frac{1}{n_{cj} - 1} \sum_{i=1}^{n_{cj}} (X_{cji} - \bar{X}_{cj})^2}$$



Ejemplo – Estimación de incertidumbres - Calibración

La calibración de un instrumento de medida se realiza en un punto de su escala, de valor nominal:

$$L_n = 52,478 \text{ mm.}$$

La función modelo que permite obtener la corrección de calibración de dicho instrumento responde a la siguiente expresión:

$$C_c = L_{p_{20}} - \bar{d} + \delta_E - L_n \cdot \alpha_p (t - 20)$$

donde:

$L_{p_{20}}$ = Longitud del bloque patrón o composición de bloques patrón a la temperatura de referencia de 20 °C

\bar{d} = Valor medio de la longitud medida por el instrumento a la temperatura "t"

δ_E = Corrección nula debida a la división de escala o resolución del instrumento

L_n = Longitud nominal del bloque patrón (se considera una constante)

α_p = Coeficiente de dilatación térmica lineal del bloque patrón considerado

t = Temperatura ambiente.

Nota: Se considera que todas las variables son independientes



Ejemplo – Estimación de incertidumbres - Calibración

Datos:

El coeficiente de dilatación lineal de los bloques patrón longitudinales es igual a $(11,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, y responde a una distribución triangular.

La corrección debida a la división de escala sigue una distribución rectangular en el intervalo $\pm E/2$.

La temperatura ambiente se mide y resulta ser de $(23,7 \pm 0,5) \text{ }^\circ\text{C}$, y responde a una distribución arcoseno.

El punto nominal de calibración se obtiene por composición de bloques patrón longitudinales pertenecientes a una caja de 112 unidades:

Longitud Nominal (mm)	Desviación al nominal (mm)
1,008	+ 0,06
1,470	+ 0,01
50,000	+ 0,16

cuya incertidumbre expandida para un factor de cobertura $k = 2$ se determina según la siguiente expresión:

$$U_{k=2} = \left(0,07 + 0,1 \cdot L_n \right) \mu\text{m}$$

donde es la longitud nominal del bloque patrón expresada en m.



POLITÉCNICA
"Ingeniamos el futuro"

CAMPUS
DE EXCELENCIA
INTERNACIONAL

Universidad Politécnica de Madrid
E.T.S. de Ingeniería
y Diseño Industrial

escuela técnica superior de
ingeniería
y diseño
industrial

Ejemplo – Estimación de incertidumbres - Calibración

BPLs





Ejemplo – Estimación de incertidumbres - Calibración

Datos de las medidas en la calibración:

Indicaciones del instrumento [mm]				
52,4788	52,4786	52,4787	52,4788	52,4788
52,4787	52,4785	52,4788	52,4786	52,4788

Determinar la corrección de calibración y su incertidumbre expandida para un factor de cobertura aproximado del 95%



Ejemplo – Estimación de incertidumbres - Calibración

Parte 1: Determinación del valor de la corrección de calibración

$$C_c = L_{p_{20}} - \bar{d} + \delta_E - L_n \cdot \alpha_p (t - 20)$$

$$L_{p_{20}} = \left(1,008 + \frac{0,06}{1000}\right) + \left(1,470 + \frac{0,01}{1000}\right) + \left(50 + \frac{0,16}{1000}\right) = 52,47823 \text{ mm}$$

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i \quad \bar{d} = 52,47871 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} C_c &= 52,47823 \text{ mm} - 52,47871 \text{ mm} + 0 - 52,478 \text{ mm} \cdot 11,6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \left((23,7 + 273) \text{ K} - (20 + 273) \text{ K} \right) \\ &= -0,002733 \text{ mm} = -2,73 \mu\text{m} \end{aligned}$$



Ejemplo – Estimación de incertidumbres - Calibración

Parte 2: Determinación de la incertidumbre expandida asociada al valor de la corrección de calibración

$$C_c = L_{p_{20}} - \bar{d} + \delta_E - L_n \cdot \alpha_p (t - 20) \quad C_c = f(L_{p_{20}}, \bar{d}, \delta_E, \alpha_p, t)$$

$$u^2(C_c) = \left(\frac{\partial C_c}{\partial L_{p_{20}}} \right)^2 u^2(L_{p_{20}}) + \left(\frac{\partial C_c}{\partial \bar{d}} \right)^2 u^2(\bar{d}) + \left(\frac{\partial C_c}{\partial \delta_E} \right)^2 u^2(\delta_E) + \left(\frac{\partial C_c}{\partial \alpha_p} \right)^2 u^2(\alpha_p) + \left(\frac{\partial C_c}{\partial t} \right)^2 u^2(t)$$

$$\frac{\partial C_c}{\partial L_{p_{20}}} = 1 \quad \frac{\partial C_c}{\partial \bar{d}} = -1 \quad \frac{\partial C_c}{\partial \delta_E} = 1 \quad \frac{\partial C_c}{\partial \alpha_p} = -L_n \cdot (t - 20) \quad \frac{\partial C_c}{\partial t} = -L_n \cdot \alpha_p$$

$$u(C_c) = \sqrt{u^2(L_{p_{20}}) + u^2(\bar{d}) + u^2(\delta_E) + (-L_n \cdot (t - 20))^2 \cdot u^2(\alpha_p) + (-L_n \cdot \alpha_p)^2 \cdot u^2(t)}$$



Ejemplo – Estimación de incertidumbres - Calibración

Parte 2: Determinación de la incertidumbre expandida asociada al valor de la corrección de calibración

$$u\left(BPL_{1,008}\right) = \frac{\left(0,07 + 0,1 \cdot \frac{1,008}{1000}\right)}{2} = 0,0351 \mu\text{m}$$

$$u\left(BPL_{1,470}\right) = \frac{\left(0,07 + 0,1 \cdot \frac{1,470}{1000}\right)}{2} = 0,0351 \mu\text{m}$$

$$u\left(BPL_{50,000}\right) = \frac{\left(0,07 + 0,1 \cdot \frac{50,000}{1000}\right)}{2} = 0,0375 \mu\text{m}$$

$$u\left(L_{p_{20}}\right) = \sqrt{u^2\left(BPL_{1,008}\right) + u^2\left(BPL_{1,470}\right) + u^2\left(BPL_{50,000}\right)} = 0,0622 \mu\text{m}$$



Ejemplo – Estimación de incertidumbres - Calibración

Parte 2: Determinación de la incertidumbre expandida asociada al valor de la corrección de calibración

$$u(\bar{d}) = \frac{S_d}{\sqrt{n}} = \frac{0,1101}{\sqrt{10}} = 0,0348 \mu\text{m}$$

$$u(\delta_E) = \frac{b-a}{\sqrt{12}} = \frac{\frac{E}{2} - \left(-\frac{E}{2}\right)}{\sqrt{12}} = \frac{E}{\sqrt{12}} = \frac{0,1}{\sqrt{12}} = 0,0289 \mu\text{m}$$

$$u(\alpha_p) = \frac{b-a}{\sqrt{24}} = \frac{(11,6 + 0,1) \cdot 10^{-6} - (11,6 - 0,1) \cdot 10^{-6}}{\sqrt{24}} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{24}} = 4,0825 \cdot 10^{-8} \text{ K}^{-1}$$

$$u(t) = \frac{b-a}{\sqrt{8}} = \frac{(23,7 + 0,5) - (23,7 - 0,5)}{\sqrt{8}} = \frac{2 \cdot 0,5}{\sqrt{8}} = 0,3536 \text{ K}$$



Ejemplo – Estimación de incertidumbres - Calibración

Parte 2: Determinación de la incertidumbre expandida asociada al valor de la corrección de calibración

$$\begin{aligned}
 u(C_c) &= \sqrt{u^2(L_{p_{20}}) + u^2(\bar{d}) + u^2(\delta_E) + (-L_n \cdot (t - 20))^2 \cdot u^2(\alpha_p) + (-L_n \cdot \alpha_p)^2 \cdot u^2(t)} \\
 &= \sqrt{(0,0622 \mu\text{m})^2 + (0,0348 \mu\text{m})^2 + (0,0289 \mu\text{m})^2 +} \\
 &\quad + \left(-52,478 \cdot 1000 \mu\text{m} \cdot (23,7 - 20) \text{ K}\right)^2 \cdot \left(4,0825 \cdot 10^{-8} \text{ K}^{-1}\right)^2 + \\
 &\quad + \left(-52,478 \cdot 1000 \mu\text{m} \cdot 11,6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}\right)^2 \cdot (0,3536 \text{ K})^2 \\
 &= 0,2287 \mu\text{m}
 \end{aligned}$$

$$U(C_c) = k_{95} \cdot u(C_c), k_{95} = 2$$

$$U(C_c) = 2 \cdot 0,2287 \mu\text{m} = 0,4574 \mu\text{m}$$



Ejemplo – Estimación de incertidumbres - Calibración

$$C_c = L_{p_{20}} - \bar{d} + \delta_E - L_n \cdot \alpha_p (t - 20)$$

Magnitud de entrada x_i	Valor de la magnitud de entrada	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Distribución de probabilidad	Coefficiente de sensibilidad c_i	Contribución a la incertidumbre $u_i(y)$	Grados de libertad u_i
$L_{p_{20}}$	52,47823 mm	0,0622 μm	B. Normal	1 [-]	0,0622 μm	∞
d	52,47871 mm	0,0348 μm	A. Normal	-1 [-]	-0,0348 μm	9
δ_E	0,00 mm	0,0289 μm	B. Uniforme	1 [-]	0,0289 μm	∞
α_p	$11,6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	$4,0825 \cdot 10^{-8} \text{ K}^{-1}$	B. Triangular	-194,1686 mK	-0,0793 μm	∞
t	296,7 K	0,3536 K	B. Arcoseno	$608,7448 \cdot 10^{-6} \text{ mK}^{-1}$	0,2153 μm	∞
C_c	-2,73 μm				0,2287 μm	



Serie de Normas UNE-EN 12390

UNE-EN 12390-1:2013

Ensayos de hormigón endurecido. Parte 1: Forma, medidas y otras características de las probetas y moldes.

UNE-EN 12390-2:2009

Ensayos de hormigón endurecido. Parte 2: Fabricación y curado de probetas para ensayos de resistencia

UNE-EN 12390-2:2009/1M:2015

Ensayos de hormigón endurecido. Parte 2: Fabricación y curado de probetas para ensayos de resistencia.

UNE-EN 12390-3:2009

Ensayos de hormigón endurecido. Parte 3: Determinación de la resistencia a compresión de probetas.

UNE-EN 12390-4:2001

Ensayos de hormigón endurecido. Parte 4: Resistencia a compresión. Características de las máquinas de ensayo.



UNE-EN 12390-1:2013

Ensayos de hormigón endurecido. Parte 1: Forma, medidas y otras características de las probetas y moldes.

Esta norma europea especifica la forma, dimensiones y tolerancias de probetas para ensayo de hormigón cúbicas, cilíndricas y prismáticas y de los moldes requeridos para fabricarlas.

1. Probeta de ensayo cúbica.
2. Probeta de ensayo cilíndrica.
3. Probeta de ensayo prismática.

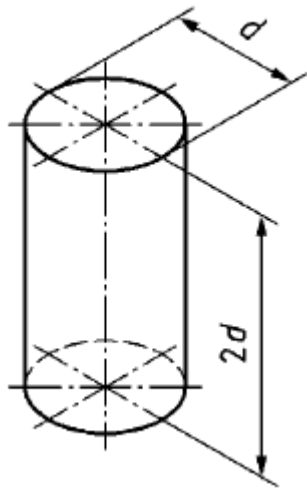


UNE-EN 12390-1:2013

Ensayos de hormigón endurecido. Parte 1: Forma, medidas y otras características de las probetas y moldes.

Probeta de ensayo cilíndrica

Dimensiones nominales y tolerancias



d (mm)	100	113	150	200	250	300
-------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

1. Tolerancia para el diámetro (d): $\pm 1\%$ de d nominal.
2. Tolerancias para la altura ($2d$): $\pm 5\%$ de $2d$ nominal.
3. Planitud cara aplicación fuerza: $0,0006d$.
4. Perpendicularidad de la superficie lateral: $0,007d$.



UNE-EN 12390-1:2013

Ensayos de hormigón endurecido. Parte 1: Forma, medidas y otras características de las probetas y moldes.

Probeta de ensayo cilíndrica

Aplicabilidad de las tolerancias

Proceso de moldeo o pulido → Deben cumplir los requerimientos 1, 2, 3 y 4.

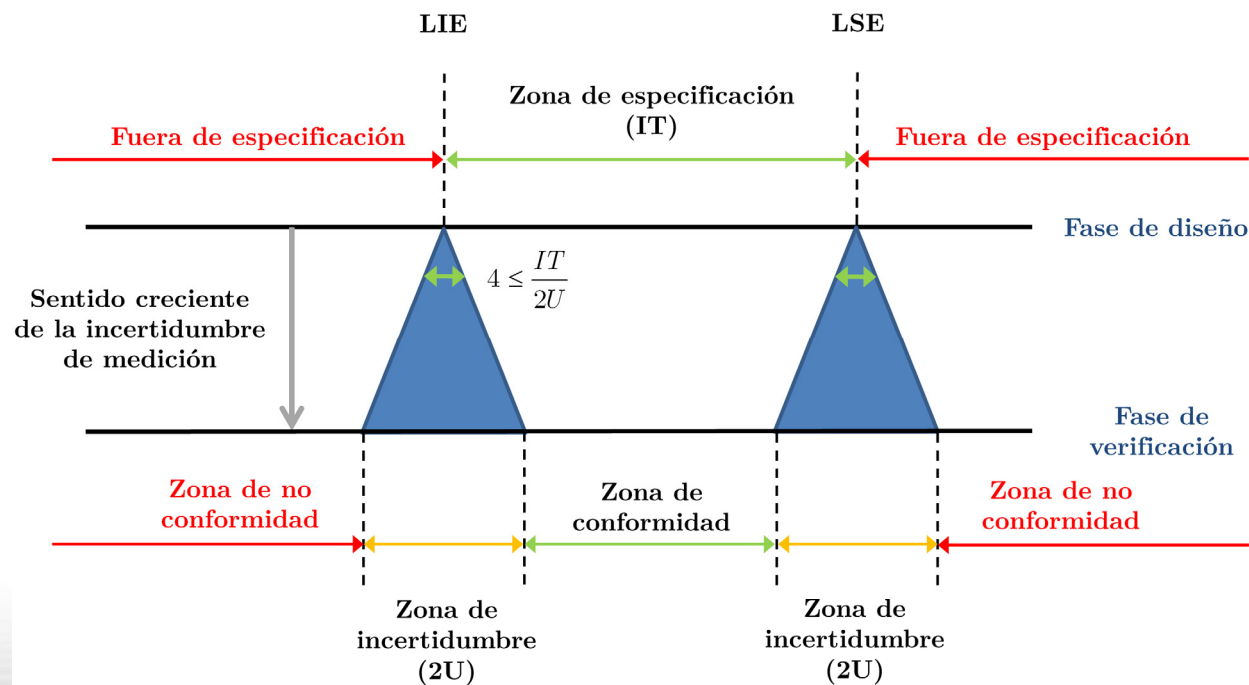
Proceso de refrentado de las caras de los extremos

- Requerimiento 1 antes del refrentado.
- Requerimiento 2, 3 y 4 después del refrentado.



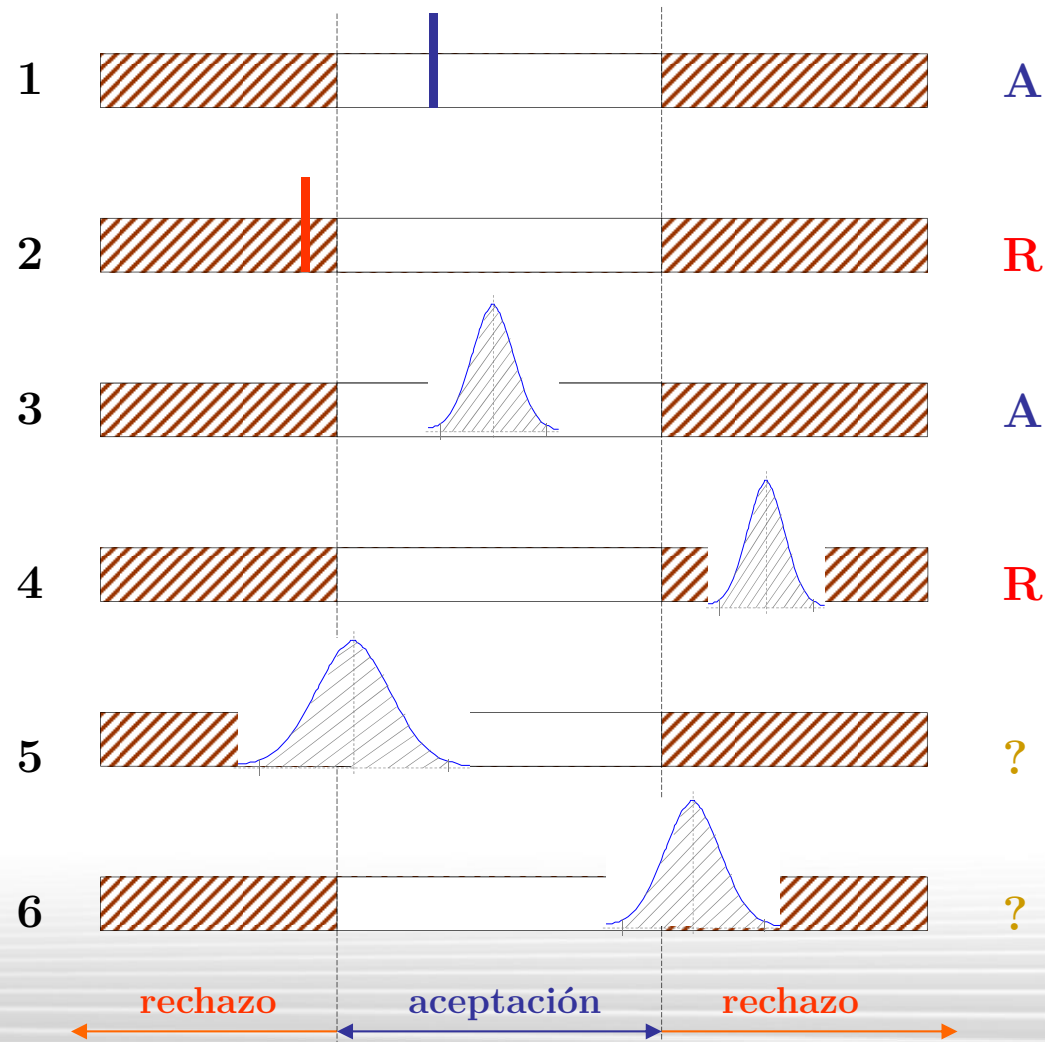
UNE-EN ISO 14253-1:1999

Especificación geométrica de productos (GPS). Inspección mediante medición de piezas y equipos de medida. Parte 1: Reglas de decisión para probar la conformidad o no conformidad con las especificaciones.





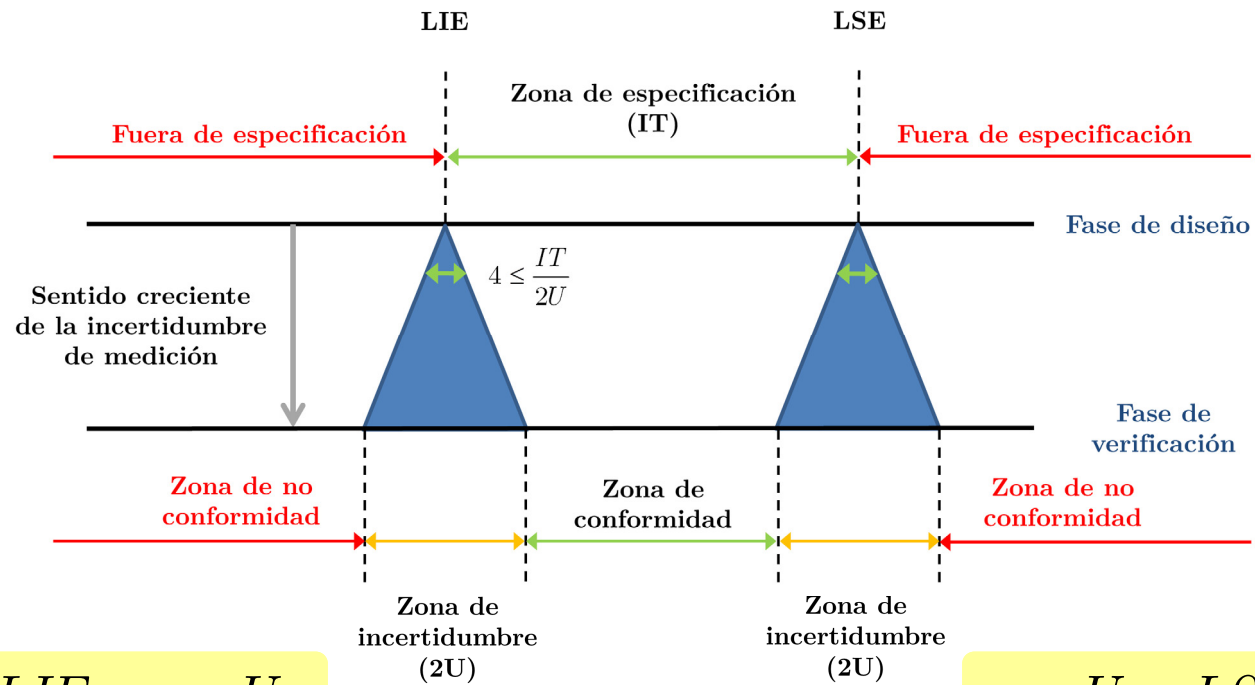
UNE-EN ISO 14253-1:1999





UNE-EN ISO 14253-1:1999

$$4 \leq \frac{T}{2U} \leq 10$$



$$LIE + U < y < LSE - U$$

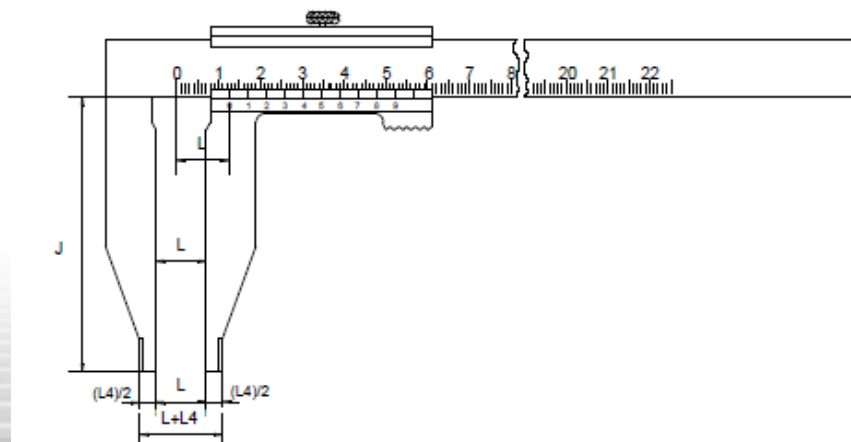


UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Se ha tomado seis medidas del diámetro de una probeta de hormigón de valor nominal 150 mm.

150,10	150,15	150,25	150,20	150,20	150,25
--------	--------	--------	--------	--------	--------

- Dichas medidas se han realizado a distintas alturas del cilindro (3), tomado dos medidas diametralmente opuestas en cada una de ellas.





UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Se ha empleado un pie de rey de campo de medida $0 \div 400$ mm de medida y división de escala 0,05 mm.
- El pie de rey ha sido calibrado, en un laboratorio externo. Los resultados de la calibración son lo siguientes.

Nominal	0,00	50,00	75,00	125,00	175,00	200,00	250,00	300,00	325,00	400,00
C_c [μm]	0	0	-16	-18	-24	-33	-60	-51	-50	-66
$U_{(k=2)}$ [μm]	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75



UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Interpolación

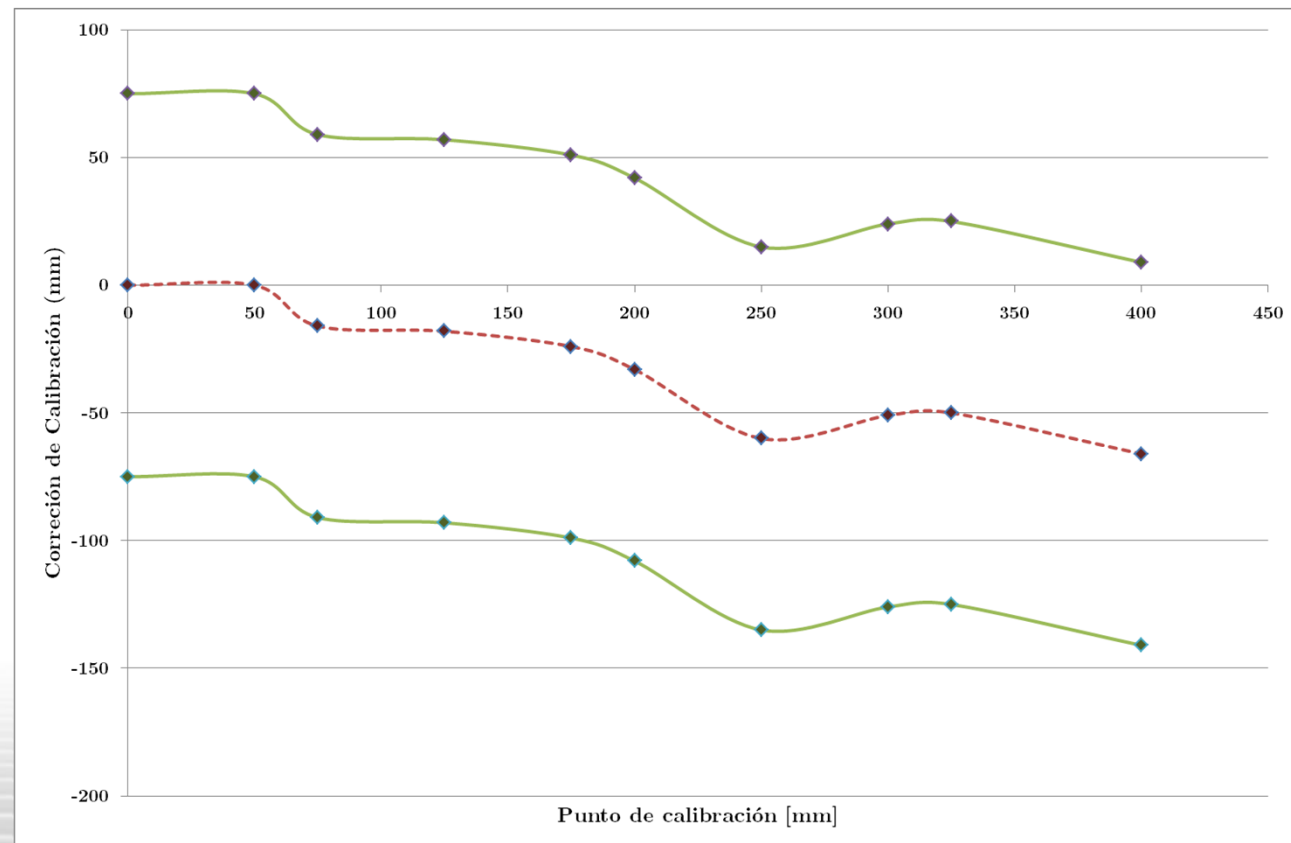
Nominal = 150 mm

$$C_c = -21 \mu m$$

$$U_{(k=2)} = 75 \mu m$$

Normal

$$u = \frac{U_{(k=2)}}{k} = 37,5 \mu m$$





UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Corrección de calibración global nula $C_{cG} = 0,00 \mu m$

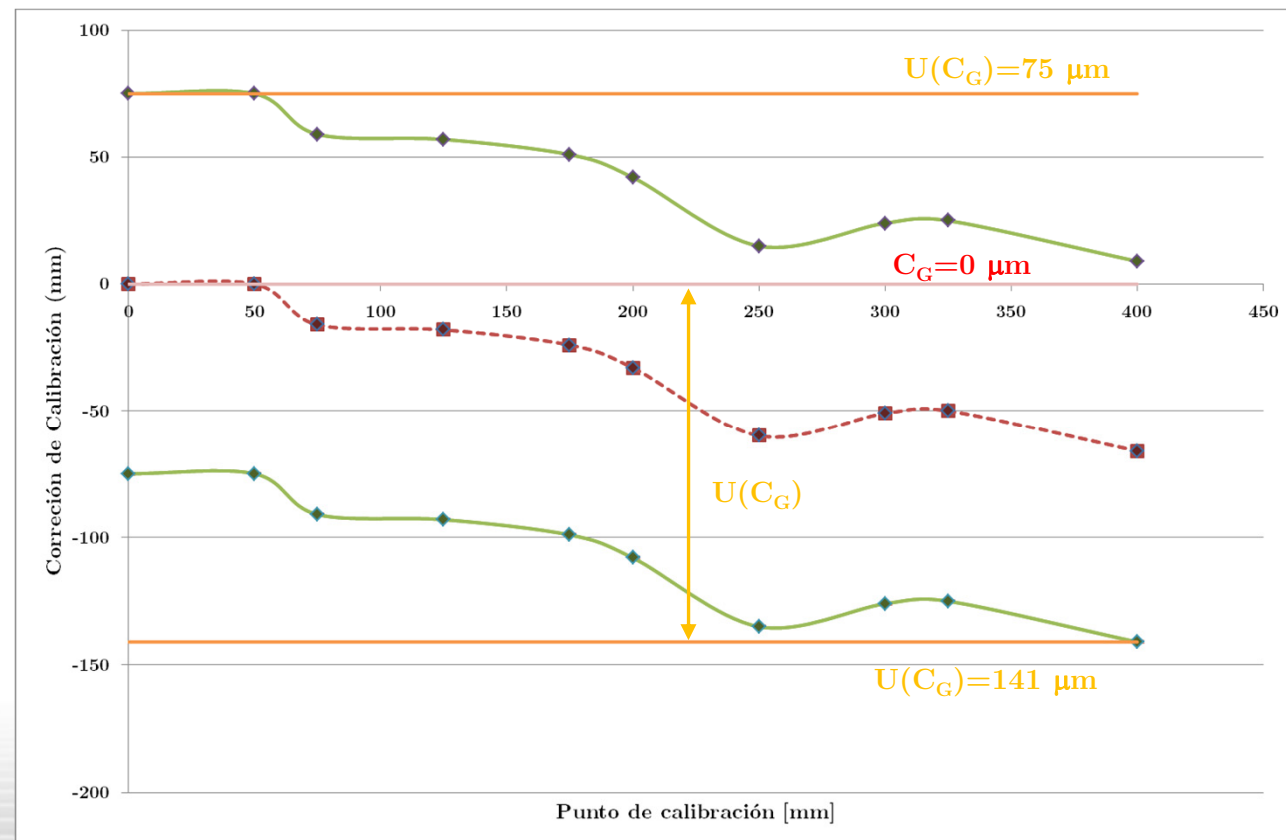
$$|C_G| \leq U(C_G) = cte$$

$$U(C_G) = 141 \mu m$$

Rectangular

$$u = \frac{b - a}{\sqrt{12}} = \frac{2U(C_G)}{2\sqrt{3}}$$

$$u = \frac{141}{\sqrt{3}} = 81,41 \mu m$$





UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Corrección de calibración global nula $C_{cG} = 0,00 \mu m$

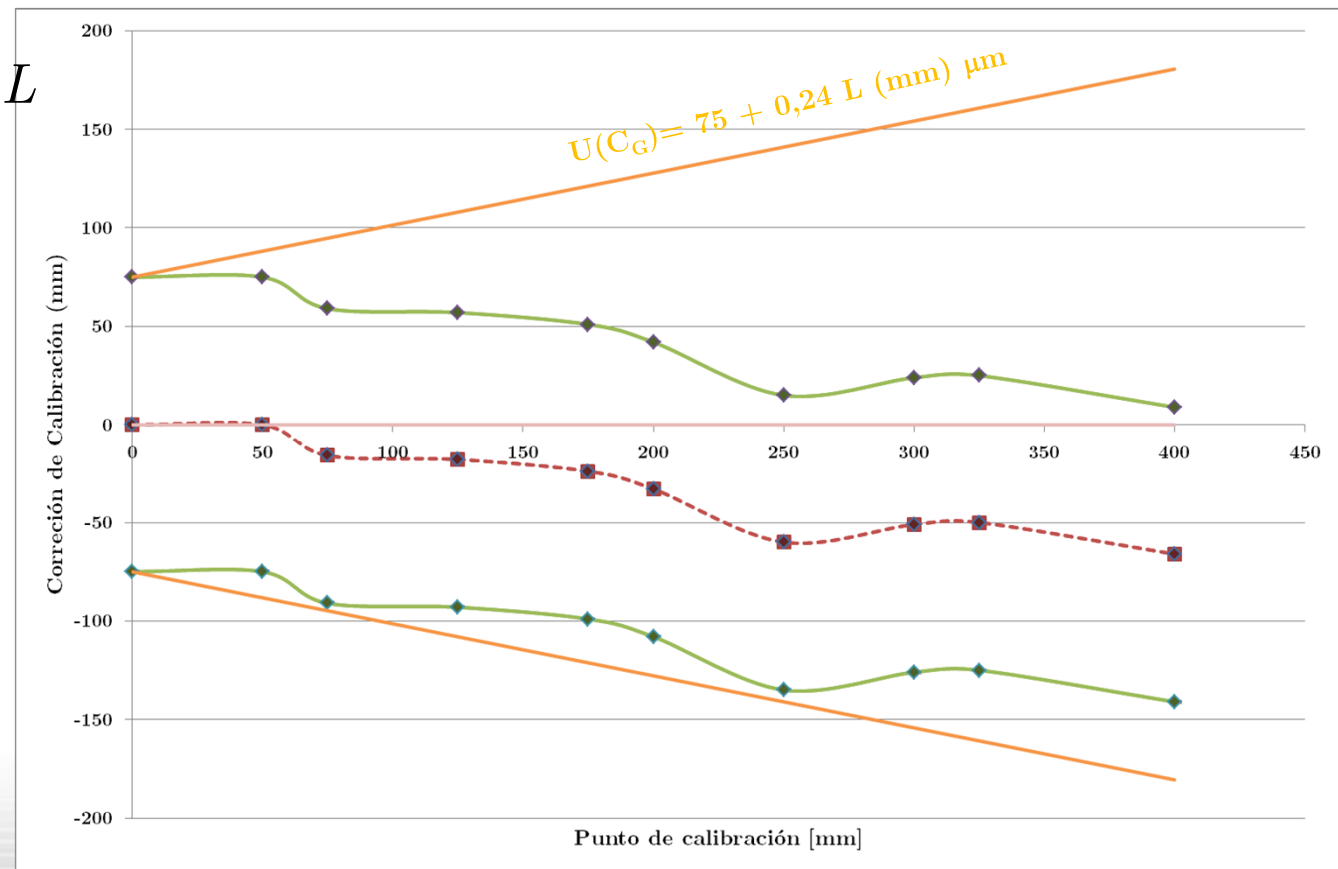
$$|C_G| \leq U(C_G) = A + B \cdot L$$

$$U(C_G) = [75 + 0,24 \cdot L(mm)] \mu m$$

Rectangular

$$u = \frac{b-a}{\sqrt{12}} = \frac{2U(C_G)}{2\sqrt{3}}$$

$$u = \frac{75 + 0,24 \cdot 150}{\sqrt{3}} = 64,08 \mu m$$





UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Fuentes de incertidumbre que se van a considerar:
 - Referencia (Calibración del pie de rey)
 - Repetibilidad de las medidas
 - División de escala del instrumento
 - Error de Abbe
 - Error de paralelismo de las bocas de medida
 - Error de planitud de las bocas de medida
 - Otras...



UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Función modelo medición con pie de rey. Basada en el procedimiento de calibración del pie de rey del [CEM](#).

$$x_c = x_b + C_c + \delta_E + \delta_{abbe} + \delta_{pla} + \delta_{par}$$

- Donde:

x_c : Lectura corregida del pie de rey.

x_b : Lectura bruta del pie de rey.

C_c : Corrección de calibración del instrumento.

δ_E : Corrección por la división de escala.

δ_{abbe} : Corrección por el error de abbe.

δ_{pla} : Corrección por el error de planitud de las bocas de medida.

δ_{par} : Corrección por el error de paralelismo de las bocas de medida.

Nota: Se considera que todas las variables son independientes



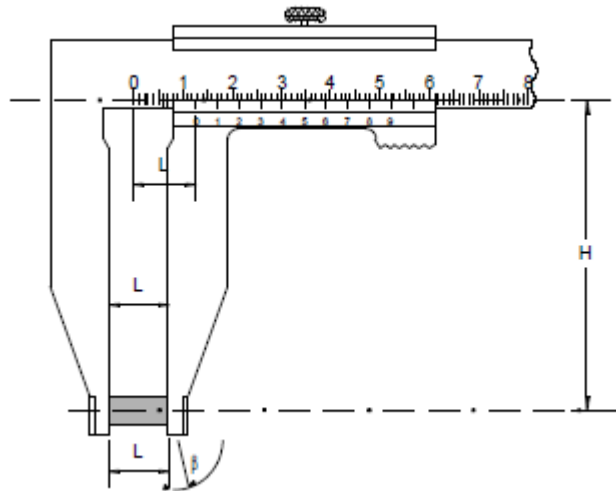
UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Datos
 - La corrección debida a la división de escala sigue una distribución rectangular en el intervalo $\pm E/2$.
 - Según se establece en las normas UNE 82316 y 82317 sobre pies de rey, el defecto de planitud (t_{pla}) máximo de las caras de medida para instrumentos con división de escala igual a 0,05 mm es igual a 10 μm . Responde a una distribución rectangular de semi-amplitud $\pm t_{pla} / 2$.
 - Según se establece en las normas UNE 82316 y 82317 sobre pies de rey, el defecto de paralelismo (t_{par}) máximo de las caras de medida para instrumentos con división de escala igual a 0,05 mm es igual a 20 μm . Responde a una distribución rectangular de semi-amplitud $\pm t_{par} / 2$.
 - Se considera la corrección de calibración global del instrumento nula y constante.



UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Datos
 - La bocas del medida del pie de rey tienen una longitud igual a 60 mm. Se considera que el máximo ángulo de giro de la boca móvil es igual a $0,25^\circ$.
 - El error de *Abbe* es igual a: $e_{abbe} = H \cdot \sin \beta$
 - Responde a una distribución rectangular de semi-amplitud $\pm e_{abbe}/2$





POLITÉCNICA
"Ingeniamos el futuro"

CAMPUS
DE EXCELENCIA
INTERNACIONAL

Universidad Politécnica de Madrid
E.T.S. de Ingeniería
y Diseño Industrial

escuela técnica superior de
ingeniería
y diseño
industrial

UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Aplicación de la ley de propagación de incertidumbres



UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Repetibilidad:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = 150,192 \text{ mm}$$

$$S(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2}{N - 1}} = 0,058 \text{ mm}$$

$$u(x_i) = S(\bar{X}) = \frac{S(x_i)}{\sqrt{N}} = 0,024 \text{ mm}$$



UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Corrección de calibración global nula $C_{cG} = 0,00 \mu m$

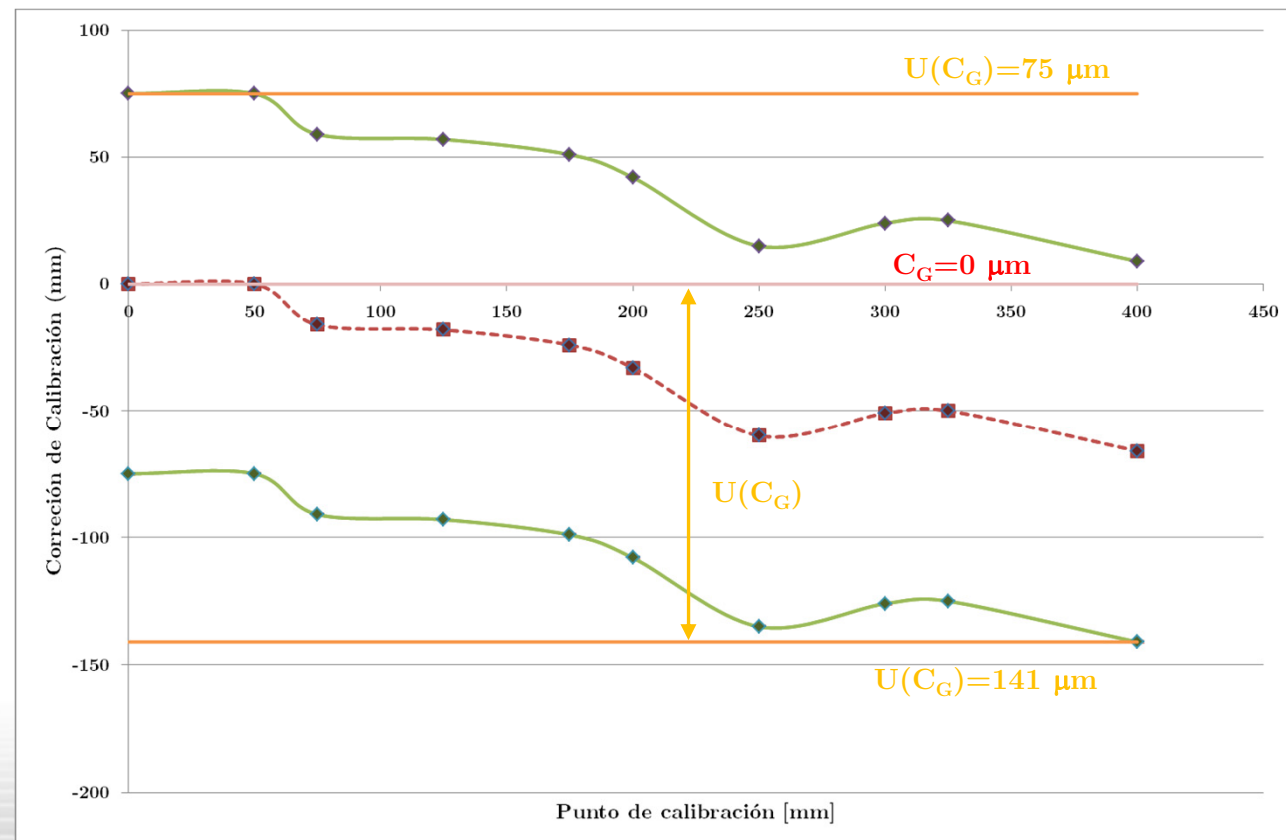
$$|C_G| \leq U(C_G) = cte$$

$$U(C_G) = 141 \mu m$$

Rectangular

$$u = \frac{b - a}{\sqrt{12}} = \frac{2U(C_G)}{2\sqrt{3}}$$

$$u = \frac{141}{\sqrt{3}} = 81,41 \mu m$$





UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Error por división de Escala del instrumento

$$a = -\frac{E}{2}$$

$$b = \frac{E}{2}$$

$$\delta_E = \frac{a + b}{2} = \frac{-\frac{E}{2} + \frac{E}{2}}{2} = 0 \text{ mm}$$

$$u(\delta_E) = \frac{b - a}{\sqrt{12}} = \frac{\frac{E}{2} - -\frac{E}{2}}{\sqrt{12}} = \frac{E}{\sqrt{12}} = \frac{0,05}{\sqrt{12}} = 0,014 \text{ mm}$$



UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Error por paralelismo de las caras de medida

$$a = \frac{-t_{par}}{2}$$

$$b = \frac{t_{par}}{2}$$

$$\delta_{par} = \frac{a + b}{2} = \frac{\frac{-t_{par}}{2} + \frac{t_{par}}{2}}{2} = 0 \text{ mm}$$

$$u(\delta_{par}) = \frac{b - a}{\sqrt{12}} = \frac{\frac{t_{par}}{2} - \frac{-t_{par}}{2}}{\sqrt{12}} = \frac{t_{par}}{\sqrt{12}} = \frac{0,020}{\sqrt{12}} = 0,006 \text{ mm}$$



UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Error por planitud de las caras de medidas

$$a = \frac{-t_{pla}}{2}$$

$$b = \frac{t_{pla}}{2}$$

$$\delta_{pla} = \frac{a + b}{2} = \frac{\frac{-t_{pla}}{2} + \frac{t_{pla}}{2}}{2} = 0 \text{ mm}$$

$$u(\delta_{pla}) = \sqrt{u^2(\delta_{pla-b.fija}) + u^2(\delta_{pla-b.móvil})} = \sqrt{\left(\frac{b-a}{\sqrt{12}}\right)^2 + \left(\frac{b-a}{\sqrt{12}}\right)^2} =$$

$$u(\delta_{pla}) = \sqrt{2} \frac{b-a}{\sqrt{12}} = \sqrt{2} \frac{\frac{t_{pla}}{2} - \frac{-t_{pla}}{2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot t_{pla}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 0,010}{\sqrt{12}} = 0,004 \text{ mm}$$



UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Error por error de Abbe

$$a = H \cdot \sin \frac{\beta}{2}$$

$$b = H \cdot \sin \frac{\beta}{2}$$

$$\delta_{Abbe} = \frac{a + b}{2} = \frac{-H \cdot \sin \frac{\beta}{2} + H \cdot \sin \frac{\beta}{2}}{2} = 0 \text{ mm}$$

$$u(\delta_{Abbe}) = \frac{b - a}{\sqrt{12}} = \frac{H \cdot \sin \frac{\beta}{2} - -H \cdot \sin \frac{\beta}{2}}{\sqrt{12}} =$$

$$u(\delta_{Abbe}) = \frac{H \cdot \sin \beta}{\sqrt{12}} = \frac{60 \cdot \sin 0,25}{\sqrt{12}} = 0,076 \text{ mm}$$



UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

$$x_c = x_b + C_c + \delta_E + \delta_{abbe} + \delta_{pla} + \delta_{par}$$

Magnitud de entrada x_i	Valor de la magnitud de entrada	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Distribución de probabilidad	Coefficiente de sensibilidad c_i	Contribución a la incertidumbre $u_i(y)$	Grados de libertad ν_i
x_b	150,192 mm	0,024 mm	A. Normal	1 [-]	0,024 mm	5
C_c	0,00 mm	0,081 mm	B. Uniforme	1 [-]	0,081 mm	∞
δ_E	0,00 mm	0,014 mm	B. Uniforme	1 [-]	0,014 mm	∞
δ_{abbe}	0,00 mm	0,076 mm	B. Uniforme	1 [-]	0,076 mm	∞
δ_{pla}	0,00 mm	0,004 mm	B. Uniforme	1 [-]	0,004 mm	∞
δ_{par}	0,00 mm	0,006 mm	B. Uniforme	1 [-]	0,006 mm	∞
x_b	150,192				0,114 mm	

$$\nu_{ef} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}} = \frac{0,114^4}{\frac{(0,024)^4}{5} + 0 + 0 + 0 + 0 + 0} = 2610,37 \approx \infty$$



UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

$$x_c = x_b + C_c + \delta_E + \delta_{abbe} + \delta_{pla} + \delta_{par}$$

Magnitud de entrada x_i	Valor de la magnitud de entrada	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Distribución de probabilidad	Coefficiente de sensibilidad c_i	Contribución a la incertidumbre $u_i(y)$	Grados de libertad u_i
x_b	150,192 mm	0,024 mm	A. Normal	1 [-]	0,024 mm	5
C_c	0,00 mm	0,081 mm	B. Uniforme	1 [-]	0,081 mm	∞
δ_E	0,00 mm	0,014 mm	B. Uniforme	1 [-]	0,014 mm	∞
δ_{abbe}	0,00 mm	0,076 mm	B. Uniforme	1 [-]	0,076 mm	∞
δ_{pla}	0,00 mm	0,004 mm	B. Uniforme	1 [-]	0,004 mm	∞
δ_{par}	0,00 mm	0,006 mm	B. Uniforme	1 [-]	0,006 mm	∞
x_b	150,192				0,114 mm	

$$v_{ef} = \infty \Rightarrow k_{95} = 1,96$$

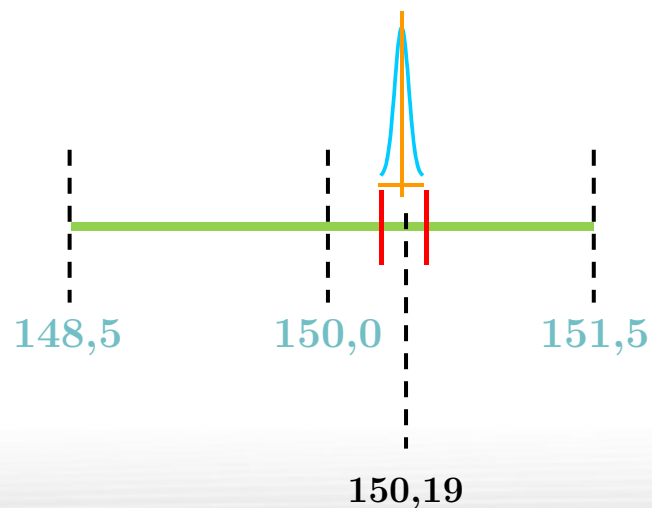
$$U = 1,96 \cdot 0,114 = 0,223 \text{ mm}$$

$$x_c = (150,19 \pm 0,22) \text{ mm}$$



UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Valor medido: $x_c = (150,19 \pm 0,22)$ mm
- Tolerancias: $x_c = (150 \pm 1,5)$ mm



**Cumple con las
especificaciones**



UNE-EN 12390-3:2009

Ensayos de hormigón endurecido. Parte 3: Determinación de la resistencia a compresión de probetas.

Respecto de las probetas

- Las probetas a emplear, deben seguir las especificaciones de la norma UNE-EN 12390-1:2013.
- Deben cumplir con los requisitos especificados en las tolerancias descritas en la norma UNE-EN 12390-1:2013 (ejemplo anterior).



UNE-EN 12390-3:2009

Ensayos de hormigón endurecido. Parte 3: Determinación de la resistencia a compresión de probetas.

Respecto del ensayo

- Las probetas deben centrarse respecto al plato inferior de la máquina de ensayo, con una aproximación del 1% del valor característico de la probeta normalizada (lado o el diámetro).
- La carga debe aplicarse con una velocidad constante dentro del rango de $0,6 \pm 0,2$ MPa/s.



UNE-EN 12390-3:2009

Ensayos de hormigón endurecido. Parte 3: Determinación de la resistencia a compresión de probetas.

Respecto de la máquina de ensayo UNE-EN 12390-4:2001

Clase de máquina	Error relativo de exactitud	Error relativo de repetibilidad	Error relativo de cero	Resolución de la máquina
1	1,0 %	1,0 %	0,2 %	0,5 %
2	2,0 %	2,0 %	0,4 %	1,0 %
3	3,0 %	3,0 %	0,6 %	1,5 %





Interpretación Certificado de Calibración

Nº DE CALIBRACION : 15775 Nº DE EXPEDIENTE : 04-888
 Escala calibrada : 100 kN Sentido de la fuerza : Tracción
 Carga mínima : 0 kN Valor inicial de cero: 0 kN
 Resolución de lectura : 0,001 kN Resolución del patrón: 0,001 kN

Lectura del Instr. (kN)	Cargas del patrón (x) (kN)				Media (kN)
	0°	90°	180°	270°	
0 kN	+0,000	+0,000	+0,000		+0,000
10 kN	+9,959	+9,945	+9,951		+9,952
20 kN	+19,936	+19,912	+19,930		+19,926
40 kN	+39,850	+39,813	+39,833		+39,832
60 kN	+59,782	+59,737	+59,766		+59,762
80 kN	+79,701	+79,650	+79,690		+79,680
100 kN	+99,658	+99,628	+99,644		+99,643
0 kN	-0,002	-0,02	+0,008		-0,005



Interpretación Certificado de Calibración

N° DE CALIBRACION : 15775 N° DE EXPEDIENTE : 04-888
 Escala calibrada : 100 kN Sentido de la fuerza : Tracción
 Carga mínima : 0 kN Valor inicial de cero: 0 kN
 Resolución de lectura : 0,001 kN Resolución del patrón: 0,001 kN

Lectura del Instr. (kN)	Cargas del patrón (x) (kN)				Media (kN)
	0°	90°	180°	270°	
0 kN	+0,000	+0,000	+0,000		+0,000
10 kN	+9,959	+9,945	+9,951		+9,952
20 kN	+19,936	+19,912	+19,930		+19,926
40 kN	+39,850	+39,813	+39,833		+39,832
60 kN	+59,782	+59,737	+59,766		+59,762
80 kN	+79,701	+79,650	+79,690		+79,680
100 kN	+99,658	+99,628	+99,644		+99,643
0 kN	-0,002	-0,02	+0,008		-0,005

Clase de precisión, según norma UNE - EN ISO 7500-1, **Clase: 0,5**
 La incertidumbre asociada a esta calibración, para k=2, es **0,5 %**

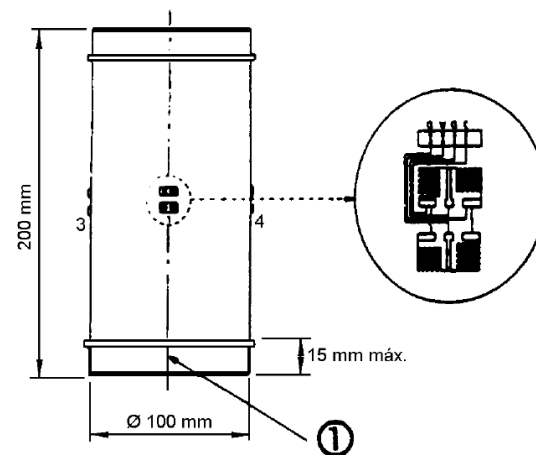


UNE-EN 12390-3:2009

Ensayos de hormigón endurecido. Parte 3: Determinación de la resistencia a compresión de probetas.

Respecto de la máquina de ensayo UNE-EN 12390-4:2001

- Verificación de la máquina de ensayo empleando una columna de bandas extensiométricas para la transferencia de carga.



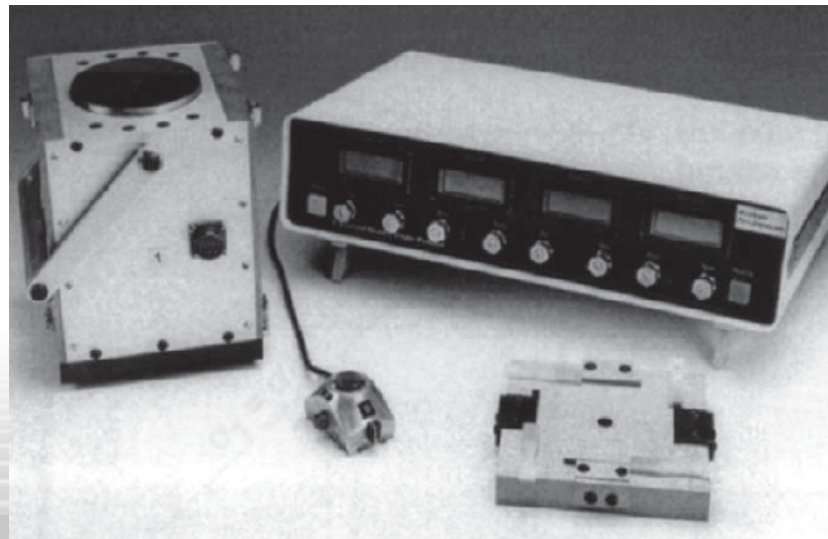


UNE-EN 12390-3:2009

Ensayos de hormigón endurecido. Parte 3: Determinación de la resistencia a compresión de probetas.

Respecto de la máquina de ensayo UNE-EN 12390-4:2001

- Calibración de la máquina de ensayo según norma UNE-EN ISO 376:2011 (Materiales metálicos. Calibración de los instrumentos de medida de fuerza utilizados para la verificación de las máquinas de ensayo uniaxial)

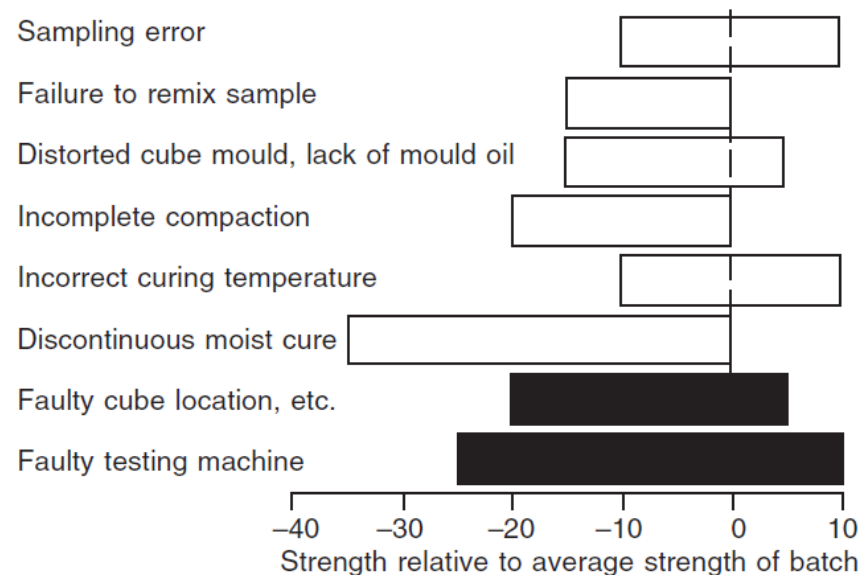




UNE-EN 12390-3:2009

Ensayos de hormigón endurecido. Parte 3: Determinación de la resistencia a compresión de probetas.

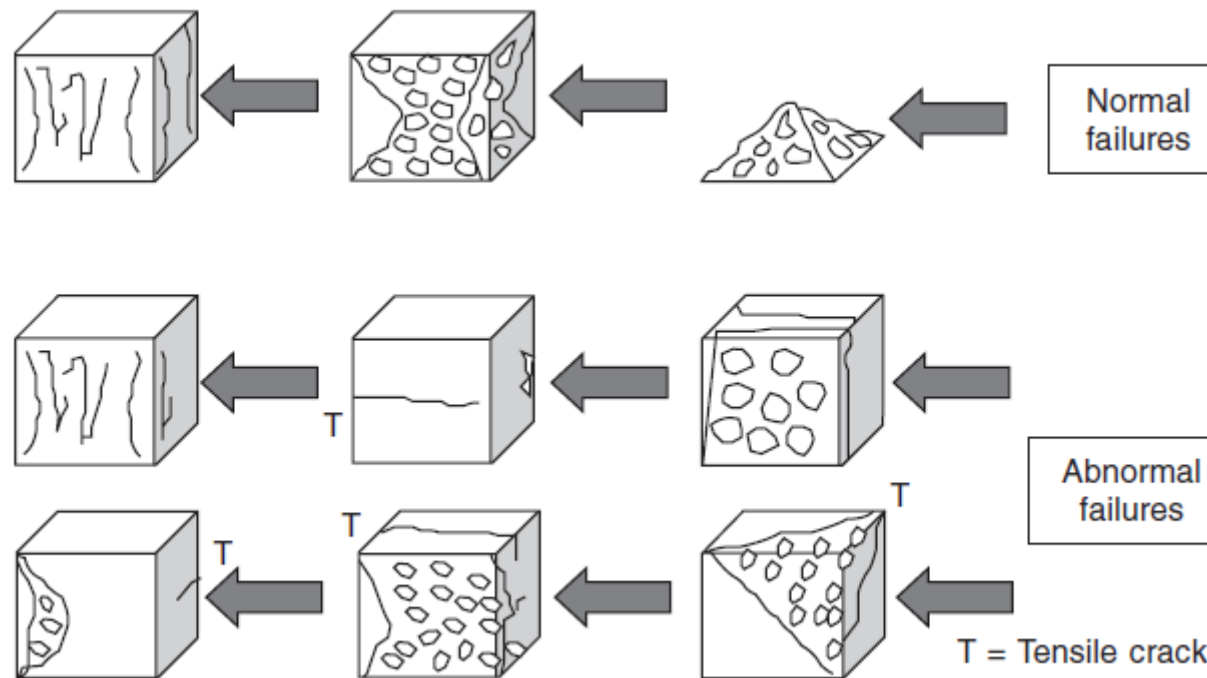
Resultados de una encuesta para identificar los efectos de desviarse de la procedimientos para determinar la resistencia a compresión e indica la importancia del método de prueba (*Advanced Concrete Technology 4 - Testing & Quality*)





UNE-EN 12390-3:2009

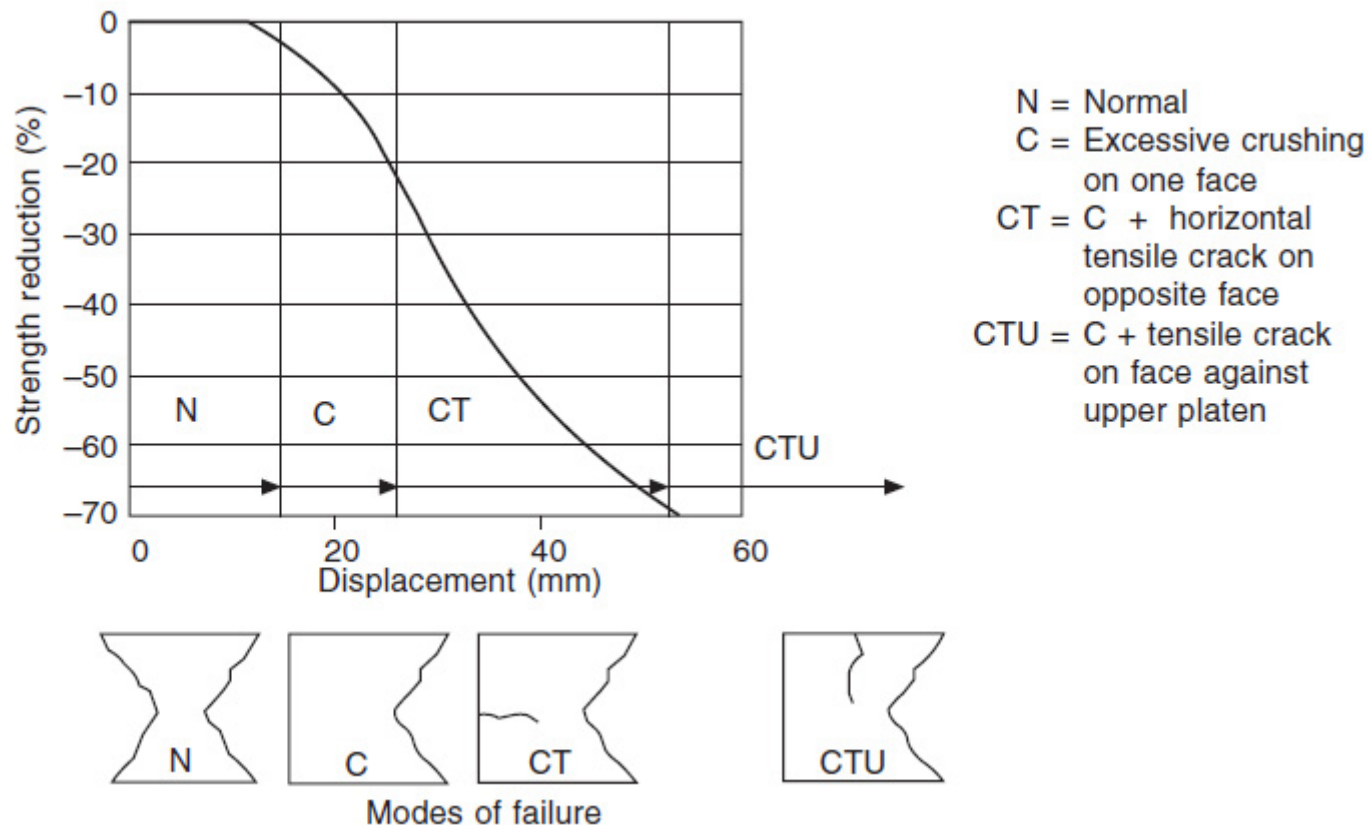
Ensayos de hormigón endurecido. Parte 3: Determinación de la resistencia a compresión de probetas.





UNE-EN 12390-3:2009

Ensayos de hormigón endurecido. Parte 3: Determinación de la resistencia a compresión de probetas.





UNE-EN 12390-3:2009

Ensayos de hormigón endurecido. Parte 3: Determinación de la resistencia a compresión de probetas.

Fórmula de cálculo:

$$\sigma = \frac{F}{A_c}$$

Donde:

- σ : es la resistencia a compresión en MPa (N/mm²)
- F : es la carga máxima de rotura.
- A_c : es el área transversal de la probeta sobre la que actúa la fuerza de compresión, calculada a partir de las dimensiones normalizadas de la probeta.



UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

- Fuentes de incertidumbre a tener en cuenta:

Máquina de Ensayo

- **Error de las lecturas**
- **Error por división de Escala**
- **Error de cero**
- Velocidad de Carga → Se mantendrá dentro de las especificaciones.
- Excentricidad de las probetas → Se mantendrá dentro de las especificaciones.
- Rigidez de la máquina de ensayo → Se mantendrá dentro de las especificaciones.
- Temperatura de operación → Se mantendrá dentro de las especificaciones.



UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

- Fuentes de incertidumbre a tener en cuenta:

Equipo de medidas dimensionales (pie de rey)

- Error de las lecturas
- Repetibilidad de las lecturas
- Error por división de Escala
- Error de Abbe
- Temperatura de operación → Se mantendrá dentro de las especificaciones.



UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

- Fuentes de incertidumbre a tener en cuenta:

Probeta

- Humedad → Se mantendrá dentro de las especificaciones.
- Rugosidad de las superficies → Se mantendrá dentro de las especificaciones.
- Perpendicularidad de las superficies → Dentro de especificaciones
- **Dimensiones** → Medición repetida de las dimensiones
- **Falta de homogeneidad entre muestras** → Repetición de las medidas



UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

Fórmula de cálculo:

$$\sigma = \frac{F}{A_c} = \frac{F}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{4}{\pi} \frac{F}{D^2}$$

$$\sigma = \frac{4}{\pi} \frac{F_b + C_{cme} + \delta_{Eme} + \delta_{Ezme}}{\left(D_b + C_{cpr} + \delta_{Epr} + \delta_{abbe} \right)^2}$$

F_b : Lectura bruta de la máquina de ensayo.

C_{cme} : Corrección de calibración de la máquina de ensayo.

δ_{Eme} : Corrección por la división de escala de la máquina de ensayo.

δ_{Ezme} : Corrección por el error de cero de la máquina de ensayo.

x_b : Lectura bruta del pie de rey.

C_c : Corrección de calibración del pie de rey

δ_{Epr} : Corrección por la división de escala del pie de rey.

δ_{abbe} : Corrección por el error de abbe del pie de rey.



UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Datos
 - Respecto a la máquina de ensayo, se consideran los límites establecidos para una máquina de clase 1, definidos en la norma UNE-EN 12390-4:2001.
 - La corrección de calibración de la máquina de ensayo, estará dentro de los límites del $\pm 1\%$ de la lectura de la misma, y seguirá una distribución rectangular.
 - La corrección por la división de escala de la máquina de ensayo, estará dentro de los límites del $\pm 0,5\%$ de la lectura de la misma, y seguirá una distribución rectangular.
 - La corrección por el error de cero de la máquina de ensayo, estará dentro de los límites del $\pm 0,2\%$ de la lectura de la misma, y seguirá una distribución rectangular.
 - La lectura de rotura obtenido es igual a 583 kN.



UNE-EN 12390-1:2013 - Ejemplo

- Datos

- Respecto del instrumento de medida y de la probeta cilíndrica, se emplearán los datos de ejemplo anterior.
- Se ha tomado seis medidas del diámetro de una probeta de hormigón de valor nominal 150 mm.

150,10	150,15	150,25	150,20	150,20	150,25
--------	--------	--------	--------	--------	--------

- La corrección debida a la división del pie de rey de escala sigue una distribución rectangular en el intervalo $\pm E/2$.
- Se considera la corrección de calibración global del instrumento nula y constante de semi-amplitud $141 \mu\text{m}$ y distribución rectangular.
- La bocas del medida del pie de rey tienen una longitud igual a 60 mm. Se considera que el máximo ángulo de giro de la boca móvil es igual a $0,25^\circ$. Responde a una distribución rectangular de semi-amplitud $\pm eabbe/2$



POLITÉCNICA
"Ingeniamos el futuro"

CAMPUS
DE EXCELENCIA
INTERNACIONAL

Universidad Politécnica de Madrid
E.T.S. de Ingeniería
y Diseño Industrial

escuela técnica superior de
ingeniería
y diseño
industrial

UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

- Aplicación de la ley de propagación de incertidumbres



UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

- Corrección de calibración de la máquina de ensayos

$$a = -0,01 \cdot F_b$$

$$b = 0,01 \cdot F_b$$

$$C_{cme} = \frac{a + b}{2} = \frac{-0,01 \cdot F_b + 0,01 \cdot F_b}{2} = 0 \text{ N}$$

$$u(C_{cme}) = \frac{b - a}{\sqrt{12}} = \frac{0,01 \cdot F_b - (-0,01 \cdot F_b)}{2\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 0,01 \cdot F}{2\sqrt{3}} =$$

$$u(C_{cme}) = \frac{0,01 \cdot 583}{\sqrt{3}} = 3,36 \text{ kN}$$



UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

- Corrección por la división de escala de la maquina de ensayos

$$a = -0,005 \cdot F_b$$

$$b = 0,005 \cdot F_b$$

$$\delta_{Eme} = \frac{a + b}{2} = \frac{-0,005 \cdot F_b + 0,005 \cdot F_b}{2} = 0 \text{ N}$$

$$u(\delta_{Eme}) = \frac{b - a}{\sqrt{12}} = \frac{0,005 \cdot F_b - -0,005 \cdot F_b}{2\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 0,005 \cdot F}{2\sqrt{3}} =$$

$$u(\delta_{Eme}) = \frac{0,005 \cdot 583}{\sqrt{3}} = 1,68 \text{ kN}$$



UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

- Corrección por el error de cero de la maquina de ensayos

$$a = -0,002 \cdot F_b$$

$$b = 0,002 \cdot F_b$$

$$\delta_{Ezme} = \frac{a + b}{2} = \frac{-0,002 \cdot F_b + 0,002 \cdot F_b}{2} = 0 \text{ N}$$

$$u(\delta_{Ezme}) = \frac{b - a}{\sqrt{12}} = \frac{0,002 \cdot F_b - -0,002 \cdot F_b}{2\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 0,002 \cdot F}{2\sqrt{3}} =$$

$$u(\delta_{Ezme}) = \frac{0,002 \cdot 583}{\sqrt{3}} = 0,67 \text{ kN}$$



UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

- Repetibilidad de la lecturas:

$$\overline{D}_b = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_{bi} = 150,192 \text{ mm}$$

$$S(D_b) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (D_{bi} - \overline{D}_b)^2}{N - 1}} = 0,058 \text{ mm}$$

$$u(D_{bi}) = S(\overline{D}_{bi}) = \frac{S(D_b)}{\sqrt{N}} = 0,024 \text{ mm}$$



UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

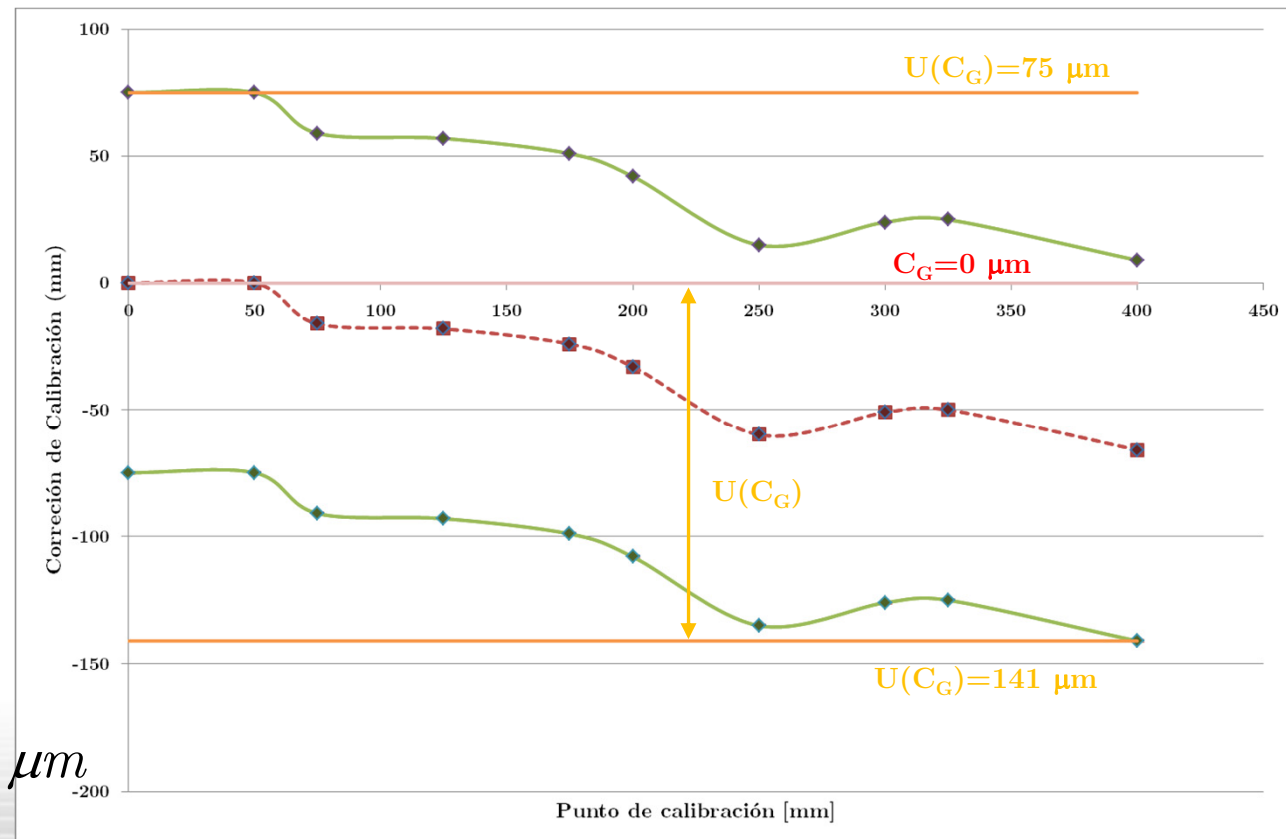
- Corrección de calibración del pie de rey $C_{cpr} = 0,00 \mu m$

$$U(C_{cpr}) = 141 \mu m$$

Rectangular

$$u = \frac{b - a}{\sqrt{12}} = \frac{2U(C_{cpr})}{2\sqrt{3}}$$

$$u(C_{cpr}) = \frac{141}{\sqrt{3}} = 81,41 \mu m$$





UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

- Error por división de Escala del pie de rey

$$a = -E/2$$

$$b = E/2$$

$$\delta_{Epr} = \frac{a + b}{2} = \frac{-E/2 + E/2}{2} = 0 \text{ mm}$$

$$u(\delta_{Epr}) = \frac{b - a}{\sqrt{12}} = \frac{E/2 - -E/2}{\sqrt{12}} = \frac{E}{\sqrt{12}} = \frac{0,05}{\sqrt{12}} = 0,014 \text{ mm}$$



UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

- Error por error de Abbe del pie de rey

$$a = \frac{H \cdot \sin \beta}{2}$$

$$b = \frac{H \cdot \sin \beta}{2}$$

$$\delta_{Abbe} = \frac{a + b}{2} = \frac{-\frac{H \cdot \sin \beta}{2} + \frac{H \cdot \sin \beta}{2}}{2} = 0 \text{ mm}$$

$$u(\delta_{Abbe}) = \frac{b - a}{\sqrt{12}} = \frac{\frac{H \cdot \sin \beta}{2} - \frac{-H \cdot \sin \beta}{2}}{\sqrt{12}} =$$

$$u(\delta_{Abbe}) = \frac{H \cdot \sin \beta}{\sqrt{12}} = \frac{60 \cdot \sin 0,25}{\sqrt{12}} = 0,076 \text{ mm}$$



UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

$$\sigma = \frac{4}{\pi} \frac{F_b + C_{cme} + \delta_{Eme} + \delta_{Ezme}}{\left(D_b + C_{cpr} + \delta_{Epr} + \delta_{abbe} \right)^2}$$

Magnitud de entrada x_i	Valor de la magnitud de entrada	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Distribución de probabilidad	Coefficiente de sensibilidad c_i	Contribución a la incertidumbre $u_i(y)$	Grados de libertad u_i
F_b	583000 N	---	---	---	---	---
C_{cme}	0,00 N	3365,95 N	B. Uniforme	$5,644 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^{-2}$	0,19 MPa	∞
δ_{Eme}	0,00 N	1682,97 N	B. Uniforme	$5,644 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^{-2}$	0,09 MPa	∞
δ_{Ezme}	0,00 N	673,19 N	B. Uniforme	$5,644 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^{-2}$	0,04 MPa	∞
D_b	150,192 mm	0,024 mm	A. Normal	$-1,3766 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-3}$	0,03 MPa	5
C_{cpr}	0,00 mm	0,081 mm	B. Uniforme	$-1,3766 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-3}$	0,11 MPa	∞
δ_{Epr}	0,00 mm	0,014 mm	B. Uniforme	$-1,3766 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-3}$	0,02 MPa	∞
δ_{abbe}	0,00 mm	0,076 mm	B. Uniforme	$-1,3766 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-3}$	0,10 MPa	∞
σ	30,370				0,267 MPa	



UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

$$\sigma = \frac{4}{\pi} \frac{F_b + C_{cme} + \delta_{Eme} + \delta_{Ezme}}{(D_b + C_{cpr} + \delta_{Epr} + \delta_{abbe})^2}$$

$$v_{ef} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{u_i^4(y)}{v_i}} = \frac{0,267^4}{0+0+0+\frac{(0,03)^4}{5}+0+0+0} \approx \infty$$

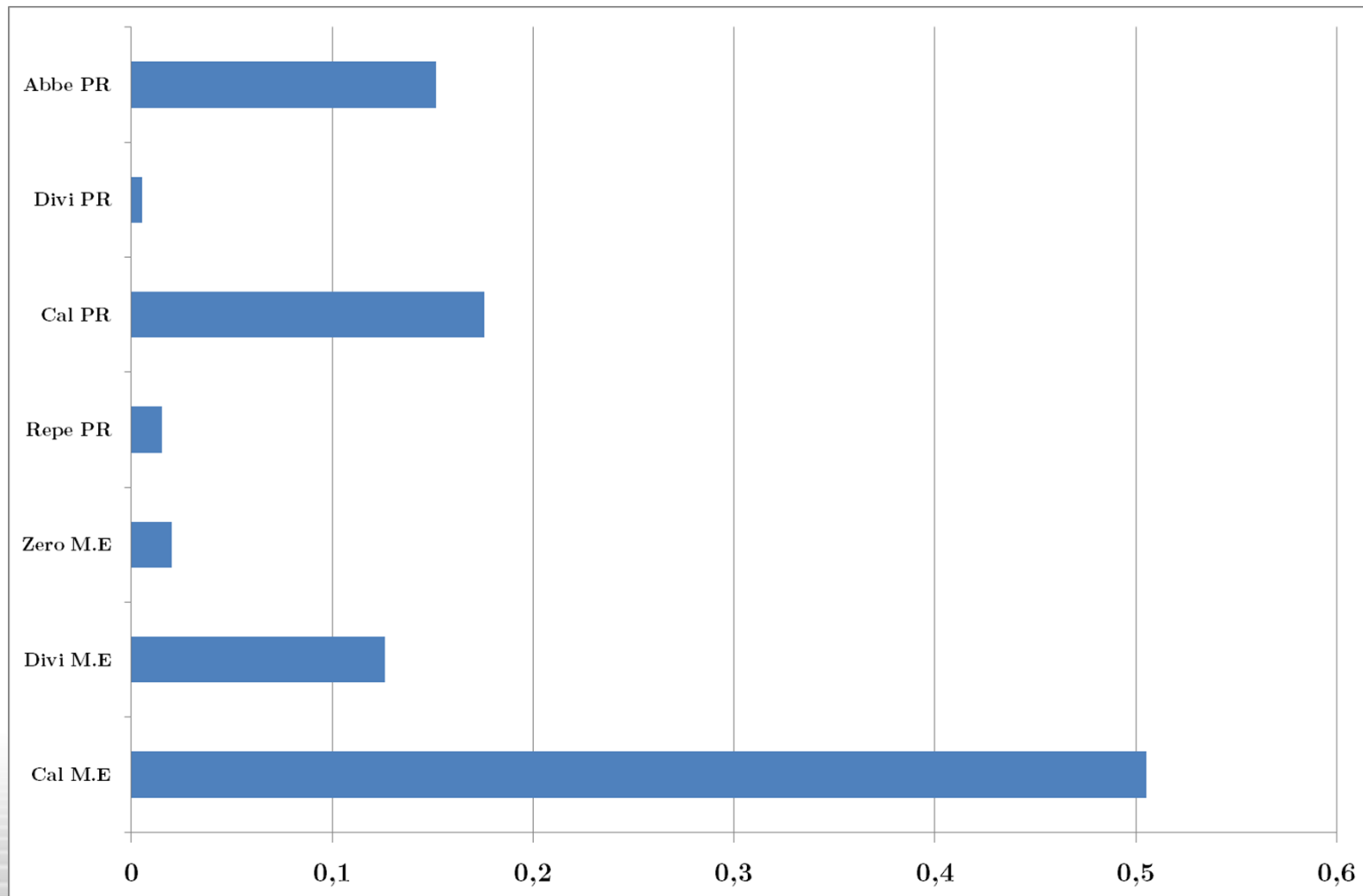
$$v_{ef} = \infty \Rightarrow k_{95} = 2$$

$$U = 2 \cdot 0,267 = 0,534 \text{ MPa}$$

$$\sigma = (30,37 \pm 0,53) \text{ MPa}$$



UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo





UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

$$\sigma_1 = (30,37 \pm 0,53) \text{ MPa} \quad (k=2)$$

$$\sigma_2 = (30,79 \pm 0,71) \text{ MPa} \quad (k=2)$$

$$\sigma_3 = (32,88 \pm 0,47) \text{ MPa} \quad (k=2 \text{ y } \nu=15)$$

Valor Medio

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$



UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

$$u^2(\sigma) = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \sigma_1}\right)^2 \cdot u^2(\sigma_1) + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \sigma_2}\right)^2 \cdot u^2(\sigma_2) + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \sigma_3}\right)^2 \cdot u^2(\sigma_3)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \sigma_1} = \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma_2} = \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma_3} = \frac{1}{3}$$

$$u^2(\sigma) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot [u^2(\sigma_1) + u^2(\sigma_2) + u^2(\sigma_3)]$$

$$u(\sigma) = \frac{1}{3} \sqrt{u^2(\sigma_1) + u^2(\sigma_2) + u^2(\sigma_3)}$$



UNE-EN 12390-3:2009 - Ejemplo

$$u(\sigma) = \frac{1}{3} \sqrt{\left(\frac{0,53}{2}\right)^2 + \left(\frac{0,71}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{15}{15-2}} \frac{0,47}{2}\right)^2}$$

$$u(\sigma) = 0,170 \text{ MPa}$$

$$v_{ef} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{u_i(y)^4}{v_i}} = \frac{0,170^4}{0 + 0 + \frac{(0,252)^4}{15}} = 3,4 \approx 3$$

$$U(\sigma) = k \cdot u(\sigma) = 3,18 \cdot 0,170 = 0,54 \text{ MPa}$$

$$\sigma = \frac{30,37 + 30,79 + 32,88}{3} = 31,35 \text{ MPa}$$

$$\sigma = (31,35 \pm 0,54) \text{ MPa}$$



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

Estimación de la incertidumbre de medida de acuerdo a la GUM para la determinación del ensayo de tracción para un material metálico con una probeta rectangular de acero.

El método utilizado para el ensayo de tracción se basa en *UNE EN ISO 6892 - 1: 2017. Materiales metálicos. Ensayo de tracción. Parte 1: Método de ensayo a temperatura ambiente.*

Función modelo

$$R_m = \frac{F_m}{S_0}$$

La resistencia a tracción es una función de la fuerza aplicada (máxima) y del área de la sección transversal

donde:

R_m = Resistencia a la tracción

F_m = Carga Máxima

S_0 = Área de la sección transversal, para una probeta rectangular: $S_0 = a_0 \times b_0$



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

- Resultados de medida

Medida	Resultados
Espesor, a_0 (mm)	4,55
	4,58
	4,56
	Media: 4,563
	Desviación típica: 0,015
Anchura, b_0 (mm)	20,11
	20,13
	20,15
	Media: 20,130
	Desviación típica: 0,020
Área de la sección, S_0 (mm ²)	91,86
Carga Máxima, F_m (N)	69255
Resistencia a la tracción, R_m (MPa)	754,0



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

N.	Factor de influencia	Fuente de incertidumbre	Observaciones
1.	Probeta	Tolerancia de mecanizado	Preparación de la probeta.
		Homogeneidad de la probeta	No se considera.
2.	Máquina de Tracción Universal	Desviación al nominal	Calibración.
		Método de sujeción	No se considera.
		Velocidad de Carga	No se considera; el acero no es tan sensible, siempre que esté dentro del rango especificado en el método de ensayo.
		Rigidez de la máquina	No se considera: difícil de cuantificar.
3.	Pie de Rey / Micrómetro	Desviación al nominal	Calibración.
4.	Temperatura ambiente	Desviación de la temperatura	No se considera: el acero no es tan sensible para pequeños cambios de temperatura a la temperatura ambiente.
5.	Operador	Manejo, lectura, evaluación de los errores	No se considera.



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

- Incertidumbre típica de la Fuerza, u_{F_m}

Calibración de la Máquina de Ensayo (Fuerza)

El informe de calibración de la célula de carga de la máquina de tracción universal, informa que se ha calibrado al Grado 0,5 ($\pm 0,5\%$ error). Esto indica que la incertidumbre (ya que no se aplica ninguna corrección al resultado) asume una distribución rectangular.

Por lo tanto la **incertidumbre típica de la fuerza (máxima)** es:

$$u_{F_m} = \frac{69255 \times 0,5\%}{\sqrt{3}} = 200 \text{ N}$$

Los grados de libertad son: $\nu_{F_m} = \infty$



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

- Incertidumbre típica del espesor, u_{a_0}

Función modelo

$$a_0 = \bar{a}_0 + c_{c,a_0} + \delta_{E,a_0}$$

donde:

\bar{a}_0 = Valor medio del espesor

c_{c,a_0} = Corrección de calibración puntual del instrumento

δ_{E,a_0} = Corrección debida a la división de escala del instrumento



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

- Incertidumbre típica del espesor, u_{a0}

Calibración puntual del Micrómetro

Una vez calibrado el micrómetro, resulta que su corrección de calibración global es nula y la incertidumbre asociada a la corrección de calibración sigue una distribución rectangular en el intervalo :

$$u_{micrómetro, a_0} = \frac{0,003}{\sqrt{3}} = 0,0017 \text{ mm}$$

Los grados de libertad son:

$$v_{micrómetro, a_0} = \infty$$



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

- Incertidumbre típica del espesor, u_{a0}

Error por división de escala del instrumento

Teniendo en cuenta la resolución del micrómetro de **0,01 mm**, y asumiendo una distribución rectangular, la **incertidumbre típica asociada a la división de escala del instrumento** es:

$$u_{\text{división},a_0} = \frac{0,01}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,0029 \text{ mm}$$

Los grados de libertad son: $\nu_{\text{división},a_0} = \infty$



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

- Incertidumbre típica del espesor, u_{a0}

Repetibilidad de las medidas del espesor sobre la probeta

La **incertidumbre típica de Tipo A del espesor** se obtiene a reiterar las medidas sobre la probeta:

$$u_{probeta,a_0} = \frac{S(a_0)}{\sqrt{n_{a_0}}} = \frac{0,015}{\sqrt{3}} = 0,0087 \text{ mm}$$

donde:

$S(a_0)$ = Desviación típica de las medidas del espesor realizadas sobre la probeta

n_{a_0} = Numero de medidas del espesor realizadas sobre la probeta

Los grados de libertad son: $\nu_{probeta,a_0} = n - 1 = 3 - 1 = 2$



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

- Incertidumbre típica del espesor, u_{a_0}

A partir de la función modelo: $a_0 = \bar{a}_0 + c_{c,a_0} + \delta_{E,a_0}$

la incertidumbre típica combinada asociada a la medida del espesor, es:

$$\begin{aligned} u_{a_0} &= \sqrt{u_{\text{probeta},a_0}^2 + u_{\text{micrómetro},a_0}^2 + u_{\text{división},a_0}^2} \\ &= \sqrt{0,0087^2 + 0,0017^2 + 0,0029^2} = 0,0093 \text{ mm} \end{aligned}$$

Los grados de libertad son:
$$v_{a_0} = \frac{u_{a_0}^4}{\frac{u_{\text{micrómetro},a_0}^4}{v_{\text{micrómetro},a_0}} + \frac{u_{\text{división},a_0}^4}{v_{\text{división},a_0}} + \frac{u_{\text{probeta},a_0}^4}{v_{\text{probeta},a_0}}}$$

$$= \frac{u_{a_0}^4}{u_{\text{probeta},a_0}^4} \times v_{\text{probeta},a_0} = \frac{0,0093^4}{0,0087^4} \times 2 = 2,6$$



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

- Incertidumbre típica del anchura, u_{b_0}

Función modelo

$$b_0 = \bar{b}_0 + c_{c,b_0} + \delta_{E,b_0}$$

donde:

\bar{b}_0 = Valor medio del espesor

c_{c,b_0} = Corrección de calibración puntual del instrumento

δ_{E,b_0} = Corrección debida a la división de escala del instrumento



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

- Incertidumbre típica del anchura, u_{b0}

Calibración puntual del Micrómetro

Una vez calibrado el micrómetro, resulta que su corrección de calibración global es nula y la incertidumbre asociada a la corrección de calibración sigue una distribución rectangular de semi amplitud $3 \mu\text{m}$:

$$u_{\text{micrómetro}, b_0} = \frac{0,003}{\sqrt{3}} = 0,0017 \text{ mm}$$

Los grados de libertad son: $\nu_{\text{micrómetro}, b_0} = \infty$



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

- Incertidumbre típica del anchura, u_{b0}

Error por división de escala del instrumento

Teniendo en cuenta la resolución del micrómetro de **0,01 mm**, y asumiendo una distribución rectangular, la **incertidumbre típica asociada a la división de escala del instrumento** es:

$$u_{\text{división},b_0} = \frac{0,01}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,0029 \text{ mm}$$

Los grados de libertad son: $\nu_{\text{división},b_0} = \infty$



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

- Incertidumbre típica del anchura, u_{b_0}

Repetibilidad de las medidas de la anchura sobre la probeta

La **incertidumbre típica de Tipo A de la anchura** se obtiene a reiterar las medidas sobre la probeta:

$$u_{probeta,b_0} = \frac{S(b_0)}{\sqrt{n_{b_0}}} = \frac{0,020}{\sqrt{3}} = 0,012 \text{ mm}$$

donde:

$S(b_0)$ = Desviación típica de las medidas de la anchura realizadas sobre la probeta

n_{b_0} = Numero de medidas de la anchura realizadas sobre la probeta

Los grados de libertad son: $\nu_{probeta,b_0} = n - 1 = 3 - 1 = 2$



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

- Incertidumbre típica del anchura, u_{b_0}

A partir de la función modelo: $b_0 = \bar{b}_0 + c_{c,b_0} + \delta_{E,b_0}$

la **incertidumbre típica combinada asociada a la medida de la anchura**, es:

$$\begin{aligned} u_{b_0} &= \sqrt{u_{\text{probeta},b_0}^2 + u_{\text{micrómetro},b_0}^2 + u_{\text{operador},b_0}^2} \\ &= \sqrt{0,012^2 + 0,0017^2 + 0,0029^2} = 0,0125 \text{ mm} \end{aligned}$$

Los grados de libertad son:

$$v_{b_0} = \frac{u_{b_0}^4}{\frac{u_{\text{micrómetro},b_0}^4}{v_{\text{micrómetro},b_0}} + \frac{u_{\text{división},b_0}^4}{v_{\text{división},b_0}} + \frac{u_{\text{probeta},b_0}^4}{v_{\text{probeta},b_0}}}$$

$$= \frac{u_{b_0}^4}{u_{\text{probeta},b_0}^4} \times v_{\text{probeta},b_0} = \frac{0,012^4}{0,012^4} \times 2 = 2$$



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

- Incertidumbre típica combinada de la resistencia a la tracción, u_c

A partir de la función modelo: $R_m = \frac{F_m}{S_0} = \frac{F_m}{a_0 \times b_0}$

La incertidumbre típica combinada de la resistencia a la tracción, es dada por:

$$u_c = \sqrt{C_{F_m}^2 u_{F_m}^2 + C_{a_0}^2 u_{a_0}^2 + C_{b_0}^2 u_{b_0}^2}$$

Donde los coeficientes de sensibilidad son:

$$C_{F_m} = \frac{\partial R_m}{\partial F_m} = \frac{1}{a_0 \times b_0} = \frac{1}{4,563 \times 20,130} = 0,010887 \text{ mm}^{-2}$$

$$C_{a_0} = \frac{\partial R_m}{\partial a_0} = \frac{-F_m}{a_0^2 \times b_0} = \frac{-69255}{4,563^2 \times 20,130} = -165,2370 \text{ Nmm}^{-3}$$

$$C_{b_0} = \frac{\partial R_m}{\partial b_0} = \frac{-F_m}{a_0 \times b_0^2} = \frac{-69255}{4,563 \times 20,130^2} = -37,4553 \text{ Nmm}^{-3}$$



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

- Incertidumbre típica combinada de la resistencia a la tracción, u_c

Por lo tanto:

$$u_c = \sqrt{0,010887^2 \times 200^2 + (-165,2370)^2 \times 0,0093^2 + (-37,4553)^2 \times 0,0125^2}$$

$$= 2,7 \text{ MPa}$$

Los grados de libertad efectivos son:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\frac{(C_{F_m} u_{F_m})^4}{v_{F_m}} + \frac{(C_{a_0} u_{a_0})^4}{v_{a_0}} + \frac{(C_{b_0} u_{b_0})^4}{v_{b_0}}}$$

$$= \frac{2,7^4}{\frac{(0,010887 \times 200)^4}{\infty} + \frac{(-165,237 \times 0,0093)^4}{2,6} + \frac{(-37,4553 \times 0,0125)^4}{2}} = 25$$



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

- Incertidumbre expandida de la resistencia a la tracción, U

Siendo $\nu_{eff} = 25$ y asumiendo un t -distribución, el factor de cobertura es $k = 2,06$ para un nivel de confianza del 95 %.

Por lo tanto la **incertidumbre expandida** es:

$$U_{(95\%)} = k \cdot u_c = 2,06 \times 2,7 = 5,6 \text{ MPa}$$



UNE EN ISO 6892 - 1:2017 - Ejemplo

- Informe de los resultados

Magnitud de entrada x_i	Valor de la magnitud de entrada	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Distribución de probabilidad	Coefficiente de sensibilidad c_i	Contribución a la incertidumbre $u_i(y)$	Grados de libertad u_i
$u_{micrómetro,a0}$	0	0,0017 mm	B. Rectangular	1	0,0017 mm	∞
$u_{división,a0}$	0	0,0029 mm	B. Rectangular	1	0,0029 mm	∞
$u_{probeta,a0}$	4,563 mm	0,0087 mm	A	1	0,0087 mm	2
$u_{micrómetro,b0}$	0	0,0017 mm	B. Rectangular	1	0,0017 mm	∞
$u_{división,b0}$	0	0,0029 mm	B. Rectangular	1	0,0029 mm	∞
$u_{probeta,b0}$	20,130	0,012 mm	A	1	0,0120 mm	2
F_m	69255 N	200 N	B. Rectangular	0,010887 mm ⁻²	2,1774 MPa	∞
u_{a0}	4,563 mm	0,0093 mm	--	-165,370 Nmm ⁻³	-1,5379 MPa	2,6
u_{b0}	20,130	0,0125 mm	--	-37,4553 Nmm ⁻³	0,4682 MPa	2
R_m	754,0 MPa				2,7 MPa	



UNE-EN 15630-1:2011

Acero para armado y pretensado del hormigón. Método de ensayo. Parte 1: Barras, alambres, y alambrón para hormigón.

- **Ensayos de tracción.**
 - Determinación de la extensión plástica porcentual bajo fuerza máxima (según norma UNE-EN ISO 6892-1:2017)
- Ensayos de doblado.
- Ensayos de doblado-desdoblado.
- Ensayos de fatiga.
- Análisis químico.
- Medición de las características geométricas.



UNE-EN 15630-1:2011

Acero para armado y pretensado del hormigón. Método de ensayo. Parte 1: Barras, alambres, y alambrón para hormigón.

Respecto de la máquina de ensayo (UNE-EN ISO 7500-1:2016) (Al menos de clase 1)

Clase de máquina	Error relativo de indicación	Error relativo de repetibilidad	Error relativo de reversibilidad	Error relativo de cero	Resolución de la máquina
0,5	0,5 %	0,5 %	0,75 %	0,05 %	0,25 %
1	1,0 %	1,0 %	1,5 %	0,1 %	0,5 %
2	2,0 %	2,0 %	3,0 %	0,2 %	1,0 %
3	3,0 %	3,0 %	4,5 %	0,3 %	1,5 %



UNE-EN 15630-1:2011

Acero para armado y pretensado del hormigón. Método de ensayo. Parte 1: Barras, alambres, y alambrón para hormigón.

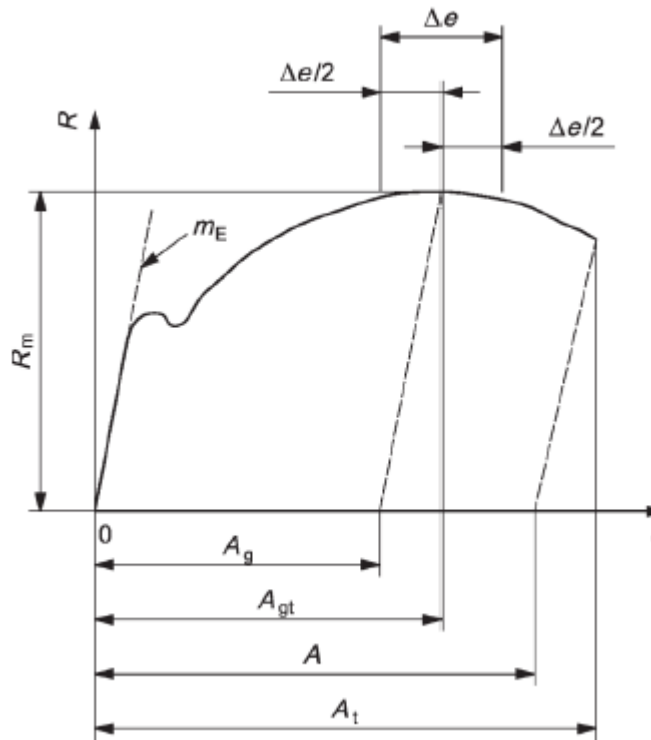
Respecto del extensómetro (UNE-EN ISO 9513:2013) (Al menos de clase 2)

Clase de extensómetro	Error relativo de la longitud base	Resolución. Porcentaje de lectura $(r/l_i) \cdot 100$	Resolución. Valor absoluto r	Error relativo de exactitud	Error de exactitud (valor absoluto) $(l_i - l_t)$
0,2	0,2 %	0,1 %	0,2 μm	0,2 %	0,6 μm
0,5	0,5 %	0,25 %	0,5 μm	0,5 %	1,5 μm
1	1,0 %	0,5 %	1,0 μm	1,0 %	3,0 μm
2	2,0 %	2,0 %	2,0 μm	2,0 %	6,0 μm



UNE-EN 15630-1:2011

Determinación de la extensión plástica porcentual bajo fuerza máxima (según norma UNE-EN ISO 6892-1:2017)





UNE-EN 15630-1:2011

Determinación de la extensión plástica porcentual bajo fuerza máxima (según norma UNE-EN ISO 6892-1:2017)

Fórmula de cálculo:

$$A_g = \left(\frac{\Delta L_m}{L_e} - \frac{R_m}{m_E} \right) \cdot 100$$

Donde:

- L_e : longitud base del extensómetro.
- m_E : pendiente de la parte elástica de la curva carga unitaria-extensión porcentual.
- R_m : es la resistencia a la tracción.
- ΔL_m : es el alargamiento bajo la fuerza máxima.



UNE-EN 15630-1:2011

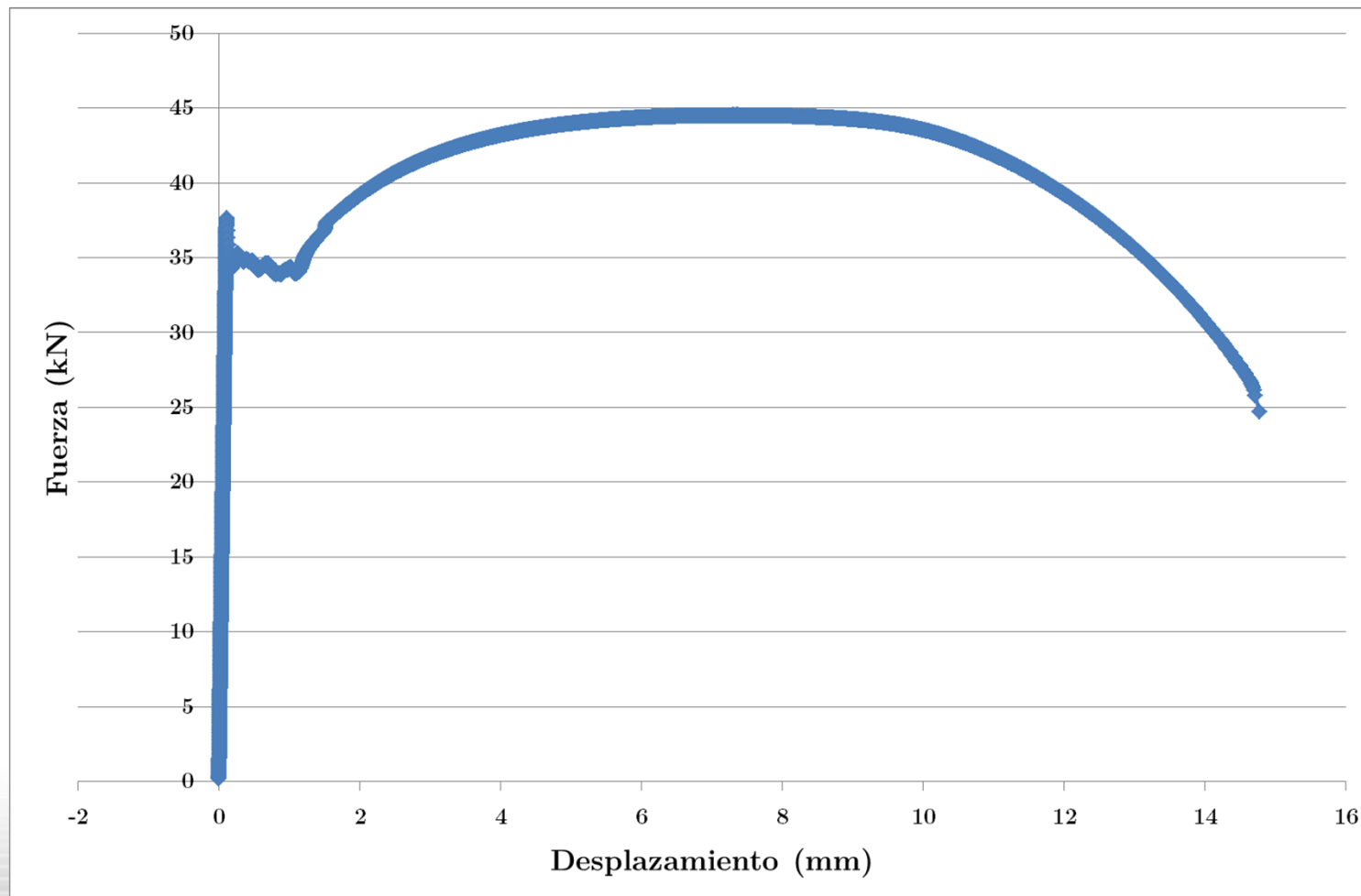
Determinación de la extensión plástica porcentual bajo fuerza máxima (según norma UNE-EN ISO 6892-1:2017)

Datos del ejemplo:

- Datos de referencia del NPL Tensile Testing - Standards and [TENSTAND](#)
- Archivo 13. Acero de designación S355, probeta de sección circular de área $78,46 \pm 0,20 \text{ mm}^2$ (para un factor de cobertura $k=2$)
- La longitud base del extensómetro es igual a 50 mm y se sabe que se encuentra entre los límites $50 \pm 0,5 \text{ mm}$.
- Para los cálculos se considerará que el extensómetro es de clase 1.
- Para los cálculos se considerará que el máquina de ensayo es de clase 1.



UNE-EN 15630-1:2011





UNE-EN 15630-1:2011

Por datos de la curva Fuerza-desplazamiento:

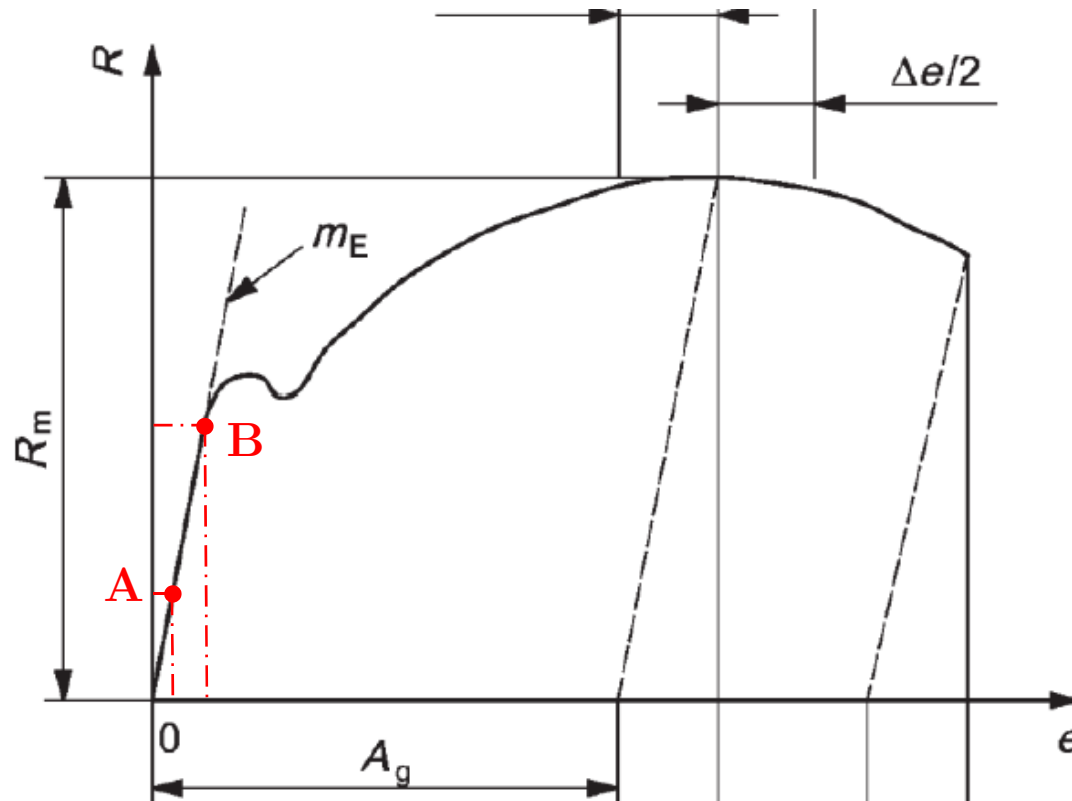
- ΔL_m (alargamiento bajo la fuerza máxima) = 7,3682 mm
- F_m (fuerza máxima) = 44,50268 kN

Para el cálculo de la pendiente de la parte elástica de la curva carga unitaria-extensión porcentual, se emplearán dos puntos de la parte elástica de la curva. Para ello se considerarán los puntos correspondientes a $0,2F_m$ y $0,5F_m$ (UNE-EN ISO 15630-1)

- $\Delta L_{0,2F_m} = 0,02449779$ mm
- $0,2F_m = 8,931094$ kN
- $\Delta L_{0,5F_m} = 0,06296895$ mm
- $0,5F_m = 22,24901$ kN

Cálculo pendiente de la parte elástica de la curva carga unitaria-extensión

Cálculo de la pendiente m_E



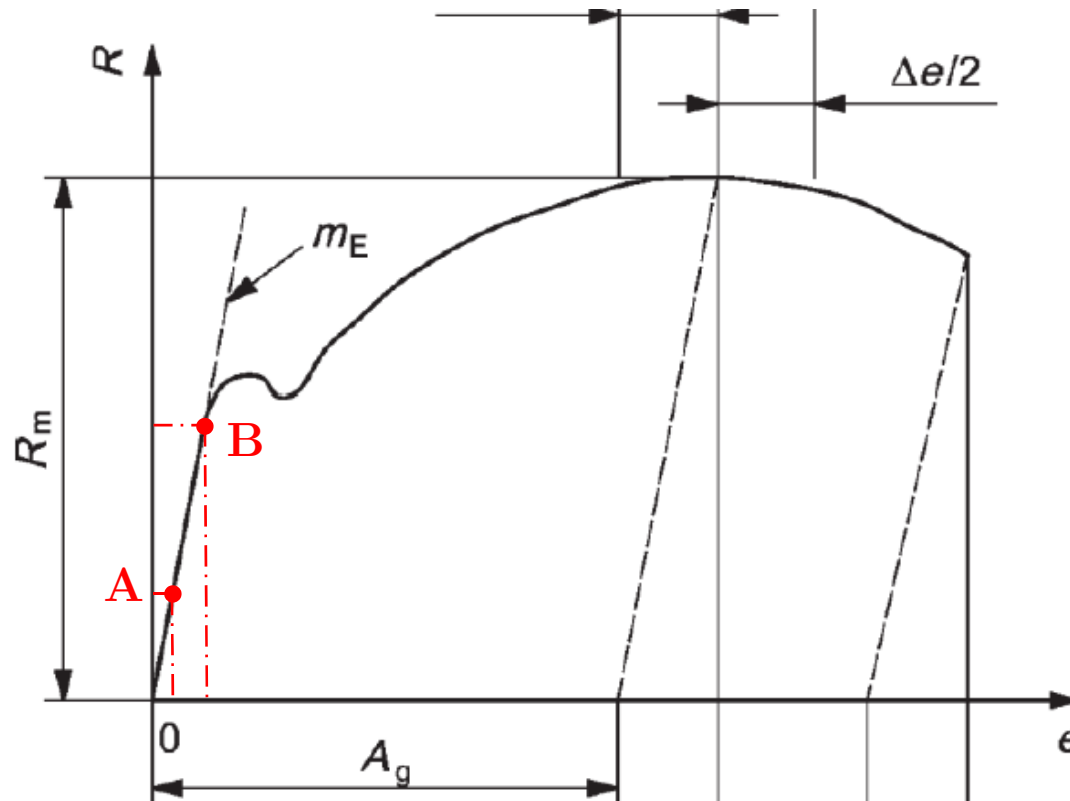
$$R = m_E \cdot \frac{e}{100} + e_0$$

$$\frac{F}{S_0} = m_E \cdot \frac{\left(\frac{\Delta L}{L_e}\right) 100}{100} + e_0$$

$$F = S_0 \left(m_E \frac{\Delta L}{L_e} + e_0 \right)$$

Cálculo pendiente de la parte elástica de la curva carga unitaria-extensión

Cálculo de la pendiente m_E



Punto A

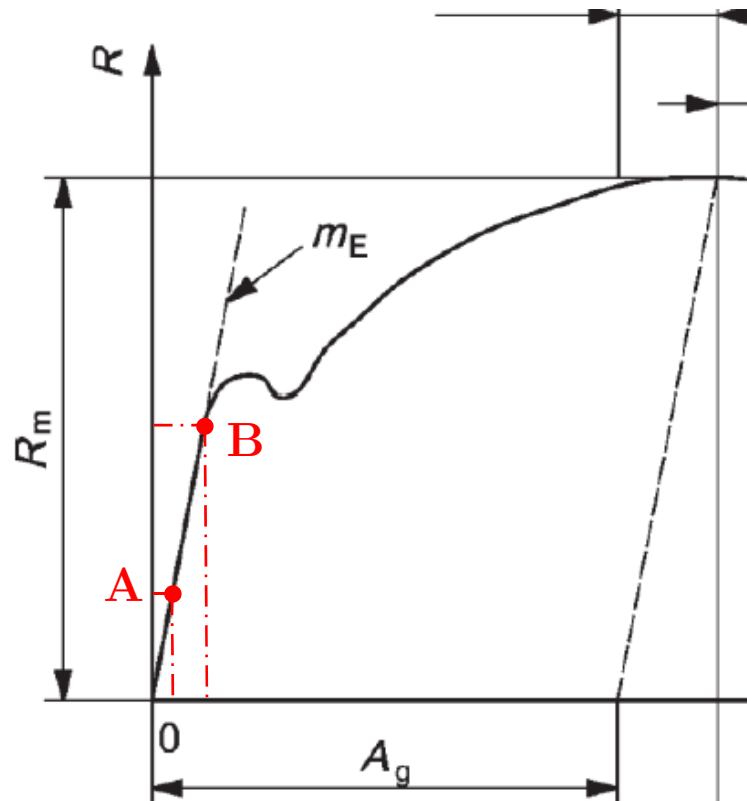
$$F_{0,2F_m} = S_0 \left(m_E \frac{\Delta L_{0,2F_m}}{L_e} + e_0 \right)$$

Punto B

$$F_{0,5F_m} = S_0 \left(m_E \frac{\Delta L_{0,5F_m}}{L_e} + e_0 \right)$$

Cálculo pendiente de la parte elástica de la curva carga unitaria-extensión

Cálculo de la pendiente m_E



Relacionamos ecuaciones del Punto A y B.

$$F_{0,5F_m} - F_{0,2F_m} = \frac{S_0 m_E}{L_e} (\Delta L_{0,5F_m} - \Delta L_{0,2F_m})$$

$$m_E = \frac{L_e (F_{0,5F_m} - F_{0,2F_m})}{S_0 (\Delta L_{0,5F_m} - \Delta L_{0,2F_m})}$$



Cálculo pendiente de la parte elástica de la curva carga unitaria-extensión

Aplicación de la ley de propagación de incertidumbres:

$$m_E = \frac{L_e \left(F_{0,5F_m} - F_{0,2F_m} \right)}{S_0 \left(\Delta L_{0,5F_m} - \Delta L_{0,2F_m} \right)}$$

$$u^2(m_E) = \left(\frac{\partial m_E}{\partial L_e} \right)^2 u^2(L_e) + \left(\frac{\partial m_E}{\partial F_{0,5F_m}} \right)^2 u^2(F_{0,5F_m}) + \left(\frac{\partial m_E}{\partial F_{0,2F_m}} \right)^2 u^2(F_{0,2F_m}) +$$
$$\left(\frac{\partial m_E}{\partial S_0} \right)^2 u^2(S_0) + \left(\frac{\partial m_E}{\partial \Delta L_{0,5F_m}} \right)^2 u^2(\Delta L_{0,5F_m}) + \left(\frac{\partial m_E}{\partial \Delta L_{0,2F_m}} \right)^2 u^2(\Delta L_{0,2F_m})$$



Cálculo pendiente de la parte elástica de la curva carga unitaria-extensión

Aplicación de la ley de propagación de incertidumbres:

$$\frac{\partial m_E}{\partial L_e} = \frac{(F_{0,5F_m} - F_{0,2F_m})}{S_0 (\Delta L_{0,5F_m} - \Delta L_{0,2F_m})}$$

$$\frac{\partial m_E}{\partial F_{0,5F_m}} = \frac{L_e}{S_0 (\Delta L_{0,5F_m} - \Delta L_{0,2F_m})}$$

$$\frac{\partial m_E}{\partial F_{0,2F_m}} = \frac{-L_e}{S_0 (\Delta L_{0,5F_m} - \Delta L_{0,2F_m})}$$

$$\frac{\partial m_E}{\partial S_0} = \frac{L_e (F_{0,5F_m} - F_{0,2F_m})}{(\Delta L_{0,5F_m} - \Delta L_{0,2F_m})} \cdot \frac{-1}{S_0^2}$$

$$\frac{\partial m_E}{\partial \Delta L_{0,5F_m}} = \frac{-L_e (F_{0,5F_m} - F_{0,2F_m})}{S_0 (\Delta L_{0,5F_m} - \Delta L_{0,2F_m})^2}$$

$$\frac{\partial m_E}{\partial \Delta L_{0,2F_m}} = \frac{L_e (F_{0,5F_m} - F_{0,2F_m})}{S_0 (\Delta L_{0,5F_m} - \Delta L_{0,2F_m})^2}$$



Cálculo pendiente de la parte elástica de la curva carga unitaria-extensión

- Incertidumbre típica del longitud base del extensómetro L_e

La longitud base del extensómetro es igual a 50 mm y se sabe que se encuentra entre los límites $50 \pm 0,5$ mm, por lo que esta responde a una distribución rectangular.

Por lo tanto la **incertidumbre típica** es igual a:

$$u(L_e) = \frac{2 \cdot 0,5}{\sqrt{12}} = 0,2887 \text{ mm}$$

Los grados de libertad son: $\nu_{L_e} = \infty$



Cálculo pendiente de la parte elástica de la curva carga unitaria-extensión

- Incertidumbre típica de la Fuerza $F_{0,5F_m}$

Calibración de la Máquina de Ensayo (Fuerza)

El informe de calibración de la célula de carga de la máquina de tracción universal, informa que se ha calibrado al Grado 1 (± 1 % error). Esto indica que la incertidumbre (ya que no se aplica ninguna corrección al resultado) asume una distribución rectangular.

Por lo tanto la **incertidumbre típica de la fuerza** es:

$$u\left(F_{0,5F_m}\right) = \frac{2 \cdot 22,24901 \cdot 1000 \cdot \frac{1}{100}}{\sqrt{12}} = 128,45 \text{ N}$$

Los grados de libertad son: $\nu_{F_{0,5F_m}} = \infty$



Cálculo pendiente de la parte elástica de la curva carga unitaria-extensión

- Incertidumbre típica de la Fuerza $F_{0,2F_m}$

Calibración de la Máquina de Ensayo (Fuerza)

El informe de calibración de la célula de carga de la máquina de tracción universal, informa que se ha calibrado al Grado 1 (± 1 % error). Esto indica que la incertidumbre (ya que no se aplica ninguna corrección al resultado) asume una distribución rectangular.

Por lo tanto la **incertidumbre típica de la fuerza** es:

$$u\left(F_{0,2F_m}\right) = \frac{2 \cdot 8,931094 \cdot 1000 \cdot \frac{1}{100}}{\sqrt{12}} = 51,56 \text{ N}$$

Los grados de libertad son: $\nu_{F_{0,2F_m}} = \infty$



Cálculo pendiente de la parte elástica de la curva carga unitaria-extensión

- Incertidumbre típica del área de la sección transversal S_0

El área de la sección transversal ha sido medida y determinada previamente, tomado un valor igual a $78,46 \pm 0,20$ mm² (para un factor de cobertura $k=2$)

Por lo tanto la **incertidumbre típica** es igual a:

$$u(S_0) = \frac{0,20}{2} = 0,1 \text{ mm}^2$$

Los grados de libertad son: $\nu_{S_0} = \infty$



Cálculo pendiente de la parte elástica de la curva carga unitaria-extensión

- Incertidumbre típica de la Extensión $\Delta L_{0,5F_m}$

Calibración del extensómetro

El informe de calibración del extensómetro, informa que se ha calibrado al Grado 1 ($\pm 1\%$ error). Esto indica que la incertidumbre (ya que no se aplica ninguna corrección al resultado) asume una distribución rectangular.

Por lo tanto la **incertidumbre típica de la extensión** es:

$$u\left(\Delta L_{0,5F_m}\right) = \frac{2 \cdot 0,06296895 \cdot \frac{1}{100}}{\sqrt{12}} = 0,0004 \text{ mm}$$

Los grados de libertad son: $\nu_{\Delta L_{0,5F_m}} = \infty$



Cálculo pendiente de la parte elástica de la curva carga unitaria-extensión

- Incertidumbre típica de la Extensión $\Delta L_{0,2F_m}$

Calibración del extensómetro

El informe de calibración del extensómetro, informa que se ha calibrado al Grado 1 ($\pm 1\%$ error). Esto indica que la incertidumbre (ya que no se aplica ninguna corrección al resultado) asume una distribución rectangular.

Por lo tanto la **incertidumbre típica de la extensión** es:

$$u\left(\Delta L_{0,2F_m}\right) = \frac{2 \cdot 0,02449779 \cdot \frac{1}{100}}{\sqrt{12}} = 0,0001 \text{ mm}$$

Los grados de libertad son: $\nu_{\Delta L_{0,2F_m}} = \infty$



Cálculo pendiente de la parte elástica de la curva carga unitaria-extensión

$$m_E = \frac{L_e (F_{0,5F_m} - F_{0,2F_m})}{S_0 (\Delta L_{0,5F_m} - \Delta L_{0,2F_m})}$$

Magnitud de entrada x_i	Valor de la magnitud de entrada	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Distribución de probabilidad	Coefficiente de sensibilidad c_i	Contribución a la incertidumbre $u_i(y)$	Grados de libertad u_i
L_e	50 mm	0,2887 mm	B. Uniforme	$4,4122 \cdot 10^3$ $\text{N} \cdot \text{mm}^{-3}$	1273,7 MPa	∞
$F_{0,5F_m}$	22249,01 N	128,45 N	B. Uniforme	$16,5648 \text{ mm}^{-2}$	2127,8 MPa	∞
$F_{0,2F_m}$	8931,094 N	51,56 N	B. Uniforme	$-16,5648 \text{ mm}^{-2}$	-854,1 MPa	∞
S_0	0,1 mm ²	0,1 mm ²	B. Normal	$-2,8117 \cdot 10^3$ $\text{N} \cdot \text{mm}^{-4}$	-281,2 MPa	∞
$\Delta L_{0,5F_m}$	0,06296895 mm	0,0004 mm	B. Uniforme	$-5,7344 \cdot 10^6$ $\text{N} \cdot \text{mm}^{-3}$	-2084,7 MPa	∞
$\Delta L_{0,2F_m}$	0,02449779 mm	0,0001 mm	B. Uniforme	$5,7344 \cdot 10^6$ $\text{N} \cdot \text{mm}^{-3}$	811,1 MPa	∞
m_E	$2,206 \cdot 10^5$				3458,7	∞



Cálculo extensión plástica porcentual bajo fuerza máxima

Aplicación de la ley de propagación de incertidumbres:

$$A_g = \left(\frac{\Delta L_m}{L_e} - \frac{R_m}{m_E} \right) \cdot 100$$

$$u^2(A_g) = \left(\frac{\partial A_g}{\partial \Delta L_m} \right)^2 u^2(\Delta L_m) + \left(\frac{\partial A_g}{\partial L_e} \right)^2 u^2(L_e) + \left(\frac{\partial A_g}{\partial R_m} \right)^2 u^2(R_m) + \left(\frac{\partial A_g}{\partial m_E} \right)^2 u^2(m_E)$$



Cálculo extensión plástica porcentual bajo fuerza máxima

Aplicación de la ley de propagación de incertidumbres:

$$\frac{\partial A_g}{\partial \Delta L_m} = \frac{1}{L_e} \cdot 100$$

$$\frac{\partial A_g}{\partial L_e} = -\frac{\Delta L_m}{L_e^2} \cdot 100$$

$$\frac{\partial A_g}{\partial R_m} = -\frac{1}{m_E} \cdot 100$$

$$\frac{\partial A_g}{\partial m_E} = \frac{R_m}{m_E^2} \cdot 100$$



Cálculo extensión plástica porcentual bajo fuerza máxima

- Incertidumbre típica de la Extensión ΔL_m

Calibración del extensómetro

El informe de calibración del extensómetro, informa que se ha calibrado al Grado 1 ($\pm 1\%$ error). Esto indica que la incertidumbre (ya que no se aplica ninguna corrección al resultado) asume una distribución rectangular.

Por lo tanto la **incertidumbre típica de la extensión** es:

$$u(\Delta L_m) = \frac{2 \cdot 7,3682 \cdot \frac{1}{100}}{\sqrt{12}} = 0,0425 \text{ mm}$$

Los grados de libertad son: $\nu_{\Delta L_m} = \infty$



Cálculo extensión plástica porcentual bajo fuerza máxima

- Incertidumbre típica de la resistencia a la tracción R_m

La resistencia a la tracción R_m , se calcula como:

$$R_m = \frac{F_m}{S_0} = \frac{44,50268 \cdot 1000}{78,46} = 567,19 \text{ MPa}$$

Para el cálculo de su incertidumbre típica, será necesario aplicar la ley de propagación de incertidumbres a la anterior expresión:

$$u^2(R_m) = \left(\frac{\partial R_m}{\partial F_m} \right)^2 u^2(F_m) + \left(\frac{\partial R_m}{\partial S_0} \right)^2 u^2(S_0)$$

$$\frac{\partial R_m}{\partial F_m} = \frac{1}{S_0}$$
$$\frac{\partial R_m}{\partial S_0} = -\frac{F_m}{S_0^2}$$



Cálculo extensión plástica porcentual bajo fuerza máxima

- Incertidumbre típica de la resistencia a la tracción R_m

Cálculo de la contribución debida a la calibración de la Máquina de Ensayo (Fuerza)

El informe de calibración de la célula de carga de la máquina de tracción universal, informa que se ha calibrado al Grado 1 ($\pm 1\%$ error). Esto indica que la incertidumbre (ya que no se aplica ninguna corrección al resultado) asume una distribución rectangular.

Por lo tanto la **incertidumbre típica de la fuerza** es:

$$u(F_m) = \frac{2 \cdot 44,50268 \cdot 1000 \cdot \frac{1}{100}}{\sqrt{12}} = 256,94 \text{ N}$$

Los grados de libertad son: $\nu_{F_m} = \infty$



Cálculo extensión plástica porcentual bajo fuerza máxima

- Incertidumbre típica de la resistencia a la tracción R_m

$$u(R_m) = \sqrt{\left(\frac{1}{S_0}\right)^2 u^2(F_m) + \left(-\frac{F_m}{S_0^2}\right)^2 u^2(S_0)}$$

$$u(R_m) = \sqrt{\left(\frac{1}{78.46 \text{ mm}}\right)^2 \cdot (256,94 \text{ N})^2 + \left(-\frac{567,19 \text{ N mm}^{-2}}{(78.46 \text{ mm}^2)^2}\right)^2 \cdot (0,1 \text{ mm})^2}$$

$$u(R_m) = 3,27 \text{ MPa}$$



Cálculo pendiente de la parte elástica de la curva carga unitaria-extensión

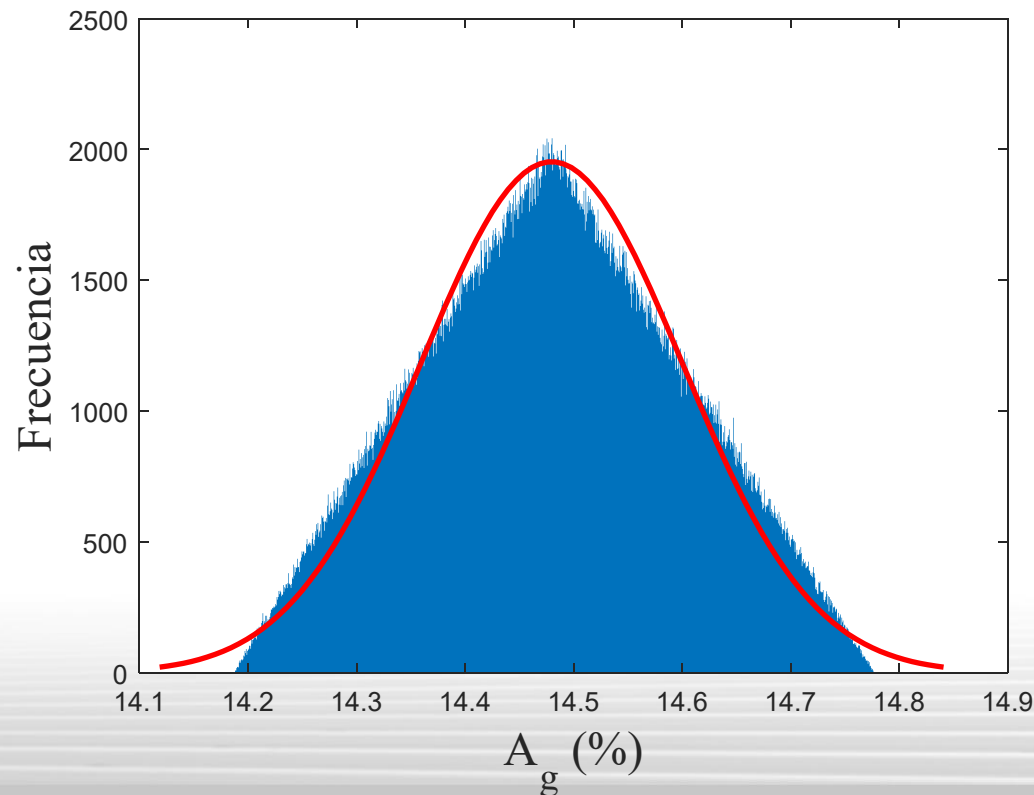
$$A_g = \left(\frac{\Delta L_m}{L_e} - \frac{R_m}{m_E} \right) \cdot 100$$

Magnitud de entrada x_i	Valor de la magnitud de entrada	Incertidumbre típica $u(x_i)$	Distribución de probabilidad	Coefficiente de sensibilidad c_i	Contribución a la incertidumbre $u_i(y)$	Grados de libertad u_i
ΔL_m	7,3682 mm	0,0425 mm	B. Uniforme	2 mm ⁻¹	0,0851 [-]	∞
L_e	50 mm	0,2887 mm	B. Uniforme	-0,2947 mm ⁻¹	-0,0851 [-]	∞
R_m	567,19 MPa	3,27 MPa	---	$-4,5392 \cdot 10^{-4}$ MPa ⁻¹	-0,0015 [-]	∞
m_E	$2,206 \cdot 10^5$ MPa	3458,7 MPa	B. Normal	$1,1654 \cdot 10^{-6}$ MPa ⁻¹	0,0040 [-]	∞
A_g	14,4793 %				0,120 %	



Cálculo pendiente de la parte elástica de la curva carga unitaria-extensión

$$A_g = \left(\frac{\Delta L_m}{L_e} - \frac{R_m}{m_E} \right) \cdot 100$$



¿Función no
asimilable a una
normal?



POLITÉCNICA
"Ingeniamos el futuro"

CAMPUS
DE EXCELENCIA
INTERNACIONAL

Universidad Politécnica de Madrid
E.T.S. de Ingeniería
y Diseño Industrial

escuela técnica superior de
ingeniería
y **d**iseño
industrial

Curso de cálculo de incertidumbres en ensayos: CASOS PRÁCTICOS

EILA17 Cálculo de Incertidumbres

Jesús Caja García (jesus.caja@upm.es)

Piera Maresca (piera.maresca@upm.es)

Dpto. de Ingeniería, Química y Diseño Industrial

 **CSIC**
CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS

INSTITU
TO
EDUAR
DO
TOR
ROJA